

# **SKRIVNINGAR I AGRONOMISK HYDROTEKNIK**

**SIGVARD ANDERSSON**

**STENCILTRYCK NR 26**

**INSTITUTIONEN FÖR LANTBRUKETS HYDROTEKNIK  
UPPSALA 1963**



Institutionen för lantbrukets hydroteknik delger bl. a. i sin tidskrift *Grundförbättring* resultat från institutionens olika verksamhetsgrenar. Allt material blir emellertid inte föremål för tryckning. Undersökningsresultat av preliminär natur och annat material som av olika anledningar ej ges ut i tryck delges ofta i stencilerad form. Institutionen har ansett det lämpligt att redovisa dylikt material i form av en i fri följd utarbetad serie, benämnd stenciltryck. Serien finns endast tillgänglig på institutionen och kan i mån av tillgång erhållas därifrån.

Adress: Institutionen för lantbrukets hydroteknik, *Uppsala 7*

#### Stenciltryck

Nr	År	Författare och titel
1—12		Aug. Håkansson, Gösta Berglund, Janne Eriksson. Redogörelse för resultaten av täckdikningsförsöken åren 1951—1962.
13—15		Aug. Håkansson, Gösta Berglund, Janne Eriksson, Waldemar Johansson. Resultat av täckdikningsförsök och bevattningsförsök åren 1963—1965.
16	1940	Gunnar Hallgren. Dalgångarna Fyrisån-Östersjön; några hydrotekniska studier.
17	1942	Gunnar Hallgren. Om sambandet mellan grundvattenståndet och vattennivån i en recipient.
18	1943	Gunnar Hallgren. Om sambandet mellan nederbörd och skördeavkastning.
19	1952	Sigvard Andersson. Kompendium i agronomisk hydroteknik. Elementär hydromekanik.
20	1952	Sigvard Andersson. Kompendium i agronomisk hydroteknik. Tabeller och kommentarer.
21	1960	Sigvard Andersson. Kapillaritet.
22	1961	Sigvard Andersson. Markens temperatur och värmehushållning.
23	1962	Waldemar Johansson. Bevattningsförsök i potatis, korn och foderbetor vid Tönnersa försöksgård 1959—1961.
24	1962	Waldemar Johansson. Metodik och erfarenheter vid användning av hålkort för undersökning av torrlägningsförhållanden och ytsänkning vid Nedre Olandsån.
25	1962	Waldemar Johansson. Utredning för förslag till bevattningsanläggning vid Sör, Salbo, Salbohed, Västmanlands län.
26	1963	Sigvard Andersson. Skrivningar i agronomisk hydroteknik.

Skrivningar i agronomisk hydroteknik

givna i ämnets grundläggande naturvetenskapliga del under åren 1953-1963

av

Sigvard Andersson

## Förord

Undervisningen i ämnet agronomisk hydroteknik för 2 betyg har under senare år varit uppdelad på en grundläggande naturvetenskaplig del och en tillämpad, teknisk-ekonomisk del. Den grundläggande delen har omfattat de viktigaste satserna ur hydromekaniken samt agrohydrologi med speciell hänsyn till marken som ett vattenhållande och vattenförande system.

Tentamen i ämnets grundläggande del har omfattat två skriftliga prov: ett i hydromekanik och ett i agrohydrologi med speciell hänsyn till marken som ett vattenhållande och vattenförande system.

Härmed överlämnas till de studerande ett antal exempel på de skrivningar, som under det sista decenniet givits i den grundläggande delen av ämnet. Skrivningarna har ordnats efter årtal och i enlighet med den uppdelning som ovan blivit angiven.

En genomgång av dessa skrivningar bör kunna ge den studerande, som förbereder sig för tentamen, en god uppfattning om innehållet i ämnesdelen, dess problemtyper och frågeställningar.

Undervisningen vid Lantbrukshögskolan och inom vårt ämne befinner sig nu i en period av omorganisation. En del kommer härvid kanske att bli annorlunda. Så är t.ex. betygsgraderna föremål för en genomgång med avseende på den inbördes relationen, kursomfång och gradering. De grundläggande problemen och frågeställningarna förblir emellertid både i vidare och trängre mening desamma: att veta och förutse.

Uppsala i maj 1963

  
(Sigvard Andersson)

## Innehållsförteckning

### Förord

#### A. Skrivningar för betyg i agronomexamen

sid. 1

##### a. Hydromekanik

1. Lördagen den 10 januari 1953
2. Fredagen den 27 mars 1953
3. Tisdagen den 22 augusti 1953
4. Fredagen den 9 april 1954
5. Lördagen den 2 april 1955
6. Fredagen den 20 april 1956
7. Tisdagen den 22 maj 1956
8. Torsdagen den 11 april 1957
9. Tisdagen den 22 april 1958
10. Torsdagen den 28 maj 1959
11. Onsdagen den 18 november 1959
12. Onsdagen den 8 juni 1960
13. Fredagen den 26 augusti 1960
14. Måndagen den 15 maj 1961
15. Torsdagen den 14 juni 1962
16. Torsdagen den 1 november 1962

#### b. Agrohydrologi, spec. markens egenskaper som vattenhållande och vattenförande system

sid. 15

1. Onsdagen den 4 februari 1953
2. Tisdagen den 25 augusti 1953
3. Torsdagen den 12 november 1953
4. Lördagen den 19 februari 1955
5. Fredagen den 21 oktober 1955
6. Fredagen den 24 februari 1956
7. Fredagen den 8 juni 1956
8. Måndagen den 18 mars 1957
9. Tisdagen den 6 augusti 1957
10. Fredagen den 6 september 1957
11. Lördagen den 7 december 1957
12. Måndagen den 27 oktober 1958
13. Onsdagen den 16 december 1959
14. Onsdagen den 9 mars 1960
15. Fredagen den 30 september 1960
16. Måndagen den 12 juni 1961

17. Onsdagen den 26 september 1962
18. Torsdagen den 1 november 1962
19. Fredagen den 15 mars 1963

B. Skrivningar för betyg i licentiatexamen

sid. 34

a. Hydromekanik

1. Fredagen den 25 mars 1953
2. Torsdagen den 21 april 1953
3. Onsdagen den 2 juni 1954
4. Fredagen den 29 oktober 1954
5. Fredagen den 22 mars 1957
6. Fredagen den 19 december 1958
7. Fredagen den 8 juni 1962

b. Agrohydrologi, spec. markens egenskaper som vattenhållande  
och vattenförande system

sid. 41

1. Fredagen den 27 november 1953
2. Lördagen den 4 juni 1955
3. Fredagen den 1 mars 1957
4. Måndagen den 29 september 1958
5. Tisdagen den 22 december 1959
6. Fredagen den 11 januari 1963
7. Fredagen den 26 april 1963

## Skrivningar för betyg i agronomexamen

### Hydromekanik

Lördagen den 10 januari 1953

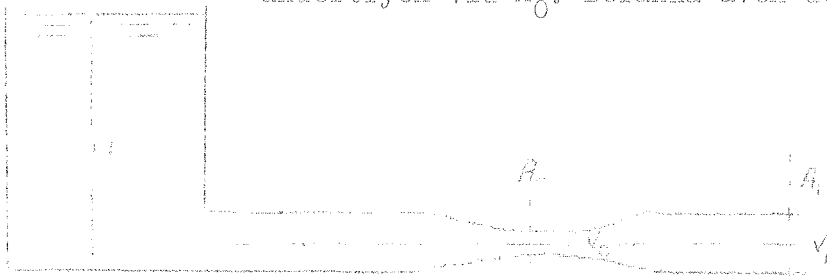
1. En halvsfärisk skål med radien  $r$  är fylld med vatten. Den försättes i rotation med vinkelhastigheten  $\omega = 1$  radian/s. Huru mycket vatten rinner härvid ut ur skålen?
2. Diskutera begreppet tryckcentrum.
3. En vattenstråle lämnar med den horisontella hastigheten  $v$  ett munstycke, som befinner sig på höjden  $h$  över en vattenyta. Strålen för massan  $m$  per tidsenhet. Beräkna massan av det vatten, som samtidigt befinner sig i strålen! Kortare: hur mycket väger strålen? (ur Faxén: Dynamik II).
4. Försök att medelst en dimensionsbetraktelse härleda Hagen-Poiseuilles lag!
5. Beräkna med hjälp av Yarnell och Woodward's formel, huru mycket vatten en 12" betongledning kan avleda, om fallet är 7,6 ‰.
6. Dimensionera en vägtrumpa, som skall avbörda flödesvattennängden 600 l/s, om trummans längd är 20 m och fallet 5 ‰ samt tillåten uppdämning 0,2 m.
7. Definiera och förklara innebörden av termerna a) dagvatten, ytvatten, markvatten och grundvatten, b) hygroskopiskt vatten, adsorptionsvatten och kapillärvatten samt c) markstruktur, konsistens, textur och aggregat.
8. En massiv glaseylinder med basytan  $A$  och höjden  $d$  är i sin längdriktning genomborrad av  $n$  st lika stora kapillära kanaler med radien  $r$ . Vad blir denna cylinders  $k$ -värde? ( $\mu = 0,01$  poise,  $\gamma = 981 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$ ).
9. Bevisa formeln
$$\gamma = \left(1 + \frac{w_1}{100}\right) \left(1 - \frac{n}{100}\right) s$$
där
$$\begin{aligned}\gamma &= \text{volymvikten} \\ w_1 &= \text{vattenhalten i viktsprocent av torrrsubst.} \\ n &= \text{porositeten} \\ s &= \text{jordmaterialets specifika vikt.}\end{aligned}$$



10. Diskutera översiktligt relationerna textur-struktur-permeabilitet.

Fredagen den 27 mars 1953

1. En triangel med basen  $b$  och höjden  $h$  är neddoppad i vatten, så att basen sammanfaller med vattenytan. Bestäm läget av den horisontella linje, som delar triangelytan i två delar, så att den totala tryckkraften blir densamma på bägge delarna.
2. En rät cylindrisk behållare med basytan  $A$  är fylld till höjden  $h$  med en vätska, vars specifika tyngd är  $\gamma$ . Om behållaren med oförändrad vätskemängd lutas så att cylinderytans generatris bildar vinkeln  $\alpha^0$  med horisontplanet, huru stor blir då tryckkraften mot basytan?
3. En yta  $A$  är sammansatt av två delar  $A_1$  och  $A_2$ . Delarnas tyngdpunkter ligger på djupen  $y_{0,1}$  och  $y_{0,2}$  och deras tryckcentra på djupen  $y_{c,1}$  och  $y_{c,2}$ . Bestäm ytans tryckcentrum!
4. Bevisa, att om en vätska får utströmma fritt i luften enligt de på figuren angivna villkoren, så uppkommer ett undertryck vid  $A_0$ . Beräkna även detta storlek!



5. En rektangulär behållare med basytan  $A_0$  tömnes genom en mindre i botten av behållaren anbringad cylindrisk öppning, vars area är  $A_1$ . Behållaren är fylld med vatten till en ursprunglig höjd  $= h_1$ . Huru lång tid tar det att tömma behållaren från djupet  $h_1$  till djupet  $h_2$ ?
6. Diskutera översiktligt skillnaden mellan laminär och turbulent strömning!
7. Definiera följande termer: 1) skjuvspänning, 2) viskositet, 3) en-, två-, respektive tredimensionell strömning, 4) stationär strömning, 5) likformig och olikformig strömning!
8. Beräkna dels utan dels med hjälp av tabell, huru stor betongrörsledning, som kräves för att avleda 45,3 l vatten per s, om fallet I är 13 ‰.
9. Bestäm (med hjälp av tabell) lämplig bottenbredd samt vattendjup



i ett öppet avlopp, som skall grävas i fallet 2:1000 och med släntlutningen 1:1,5, om vattennängden  $q$  är  $1,80 \text{ m}^3/\text{s}$ .

10. Härled och diskutera uppdämningskurvan approximerad till en parabel!

Tisdagen den 22 augusti 1953

1. En triangel med basen  $b$  och höjden  $h$  är neddoppad i vatten, så att toppen sannanfaller med vattenytan och basen är parallell med densamma. Bestäm läget av den horisontella linje, som delar triangelytan i två delar, så att totala tryckkraften blir densamma på bägge delytorna.

2. Ett klot med radien  $r$  är precis fyllt med vatten. Med vilken kraft pressas de två klothälften isär längs ett vertikalt diameterplan och längs ett horisontellt diameterplan?

3. Vad betyder ekvationen

$$y_c = \frac{\int y^2 dA}{y_0 A} = y_0 + \frac{I_0}{y_0 A}$$

4. Härled formeln

$$q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} h^{\frac{3}{2}}$$

5. Vid laminär strömning i rör gäller

$$h_f = \frac{64}{R} \cdot \frac{1}{D} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Huru stor vattennängd kan per timma passera genom ett 2 m långt glasrör, som har inre diameter 1 mm, utan att rörelsen blir turbulent och huru stort är då tryckfallet?  $\mu = 0,0101$  Stok. Obs!  $R$  = Reynolds tal.

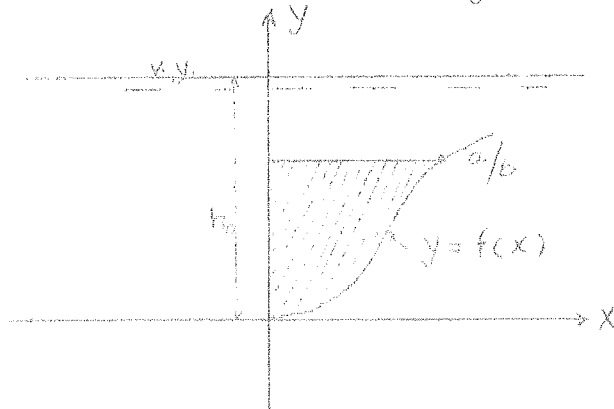
6. Diskutera begreppet viskositet!

7. Definiera följande termer: 1) ideell vätska, 2) tryck och tryckkraft, 3) bankurva och strömlinje, 4) rörfriktionskoefficient samt 5) dämning och sänkning.

8. Beräkna med hjälp av lämplig formel vattenförande kapaciteten vid fullgång hos en 6" betongledning i fallet 10:1000!

Fredagen den 9 april 1954

1. Beräkna tryckcentrums djupläge för nedanstående yta! Tillämpa den allmänna formeln på fallet:  $y = kx$  och  $h_0 = b$ .

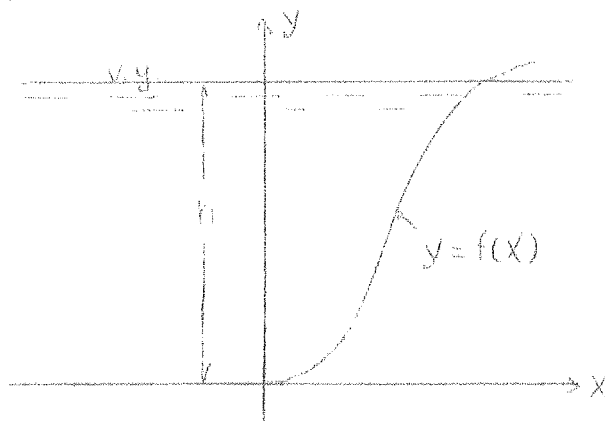


2. Huru stort är vattentrycket mot en plan regelbunden sexhörnings yta, då den lutar  $\alpha^\circ$  mot lodlinjen, och dess ena sida  $s$  ligger i vattenytan? Härled först det allmänna svaret och tillämpa sedan det samma på fallet  $\alpha = 45^\circ$  och  $s = 0,35$  m.

3. Definiera följande termer: 1) bankkurva, 2) strömmlinje, 3) stationär, 4) konvektiv acceleration och 5) lokal acceleration.

4. Huru mycket vatten utströmmar per timme genom en  $\frac{1}{2}$ " avtappningskran, då övertrycket i vattenledningen är  $2 \text{ kp/cm}^2$ ? Utströmningskoefficienten  $\mu = 0,8$  (kontraktion!)

5. Ett skarpkantat symmetriskt vertikalt ställt fritt överfall har formen  $y = f(x)$  enl. nedanstående figur. Beräkna utströmningsmängden som funktion av vattendjupet  $h$  över utströmningskanten (eller utströmningsspetsen). Tillämpningsexempel:  $x = \frac{b}{2}$  = rektangulärt överfall och  $y = x$  = triangulärt överfall med  $90^\circ$  vinkel.



6. a) Huru stor vattennängd franrinner i ett öppet dike med släntlutningen 1:1, om bottenbredden är 0,35 m,  $I = 2,0:1000$  och vattendjupet 0,4 m?

b) Huru stor betongledning skulle behövas för att vid oförändrat fall avleda denna vattennängd?

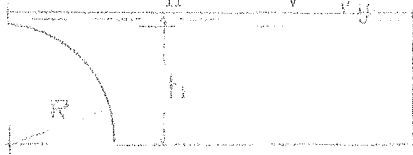
7. Ett öppet avloppsdike skall föras under en järnväg. Vegetations-tidens medelvattennängd beräknas till  $0,045 \text{ m}^3/\text{s}$  och normala högvattennängden beräknas till  $0,450 \text{ m}^3/\text{s}$  samt extrema högvattennängden till  $0,900 \text{ m}^3/\text{s}$ . Trummans längd blir 30 m och fallet är 5:1000. Huru stor blir uppdamningen under extrema flöden, om trumman dimensioneras för normala högvattennängden  $0,450 \text{ m}^3/\text{s}$ ?

8. Diskutera begreppet olikformig strömning i öppen ledning! Härled i anslutning till denna diskussion uppdamningskurvan approximerad till en parabel!

Lördagen den 2 april 1955

1. Definiera begreppet tryckcentrum och härled tryckcentrums djupläge för en vertikalt ställd kvadratisk yta, vars ena kantlinje sammanfaller med vätskeytan!

2. Beräkna  $F_h$  och  $F_v$  per längdenhet av den cylindriska yta, vars läge framgår av vidstående skiss. Vattnets sp. tyngd bet. med  $\gamma$ . Cylinderytans axel är horisontell.



3. Definiera följande termer: 1) ekvipotentialyta (-linje), 2) hastighet, 3) lokal respektive konvektiv acceleration, 4) laminär strömning samt 5) turbulent strömning!

4. Vid en viss strömning antages den per tidsenhet genom en viss sektion av ledningen framrinnande vattennängden vara beständ av uttrycket

$$q = 0,005 + 0,002 \cdot t \text{ m}^3/\text{s}$$

Huru stor vattennängd passerar sektionen under de 5 första minuterna?

5. En viss pump uppfördrar per minut  $Q$  liter vatten, då uppfördringshöjden är  $H$  m. Om pumpens kraftbehov härvid är  $N$  hk, huru stor är då pumpens verkningsgrad  $\eta$  i %?

6. I en horisontell rörledning med 150 mm diameter framrinner 400 l vatten per minut. Vid en lokal minskning av diametern till 50 mm är absoluta trycket  $1,2 \text{ kp/cm}^2$ . Huru stort är trycket i den vidare delen?

7. Huru stor vattennängd i l/s framrinner i en betongrörsledning, som ligger i fallet 12,5 ‰ och har diametern  $D = 225$  mm? (löses både med och utan tabell!)

8. Vid en viss plan stationär potential-strömning är hastighetspotentialen  $\phi$  definierad av uttrycket

$$\phi = \text{konst.} (x^2 - y^2)$$

Beräkna hastighetens komponenter i x- och y-riktningarna för punkten  $x'/y'$  ! Sök även att finna den funktion, vars avbildning i samma koordinatsystem ger strömlinjerna!

Fredagen den 20 april 1956

1. Visa att storleken av trycket inuti en vätska, som befinner sig i relativ vila, är oberoende av den betraktade riktningen!

2. Härled ekvationen

$$z = z_0 + \frac{\omega^2}{2g} x^2$$

där de i ekvationen ingående bokstäverna har de i kompendiet närmare angivna betydelserna.

3. Beräkna tryckcentrums djupläge för en vertikalt ställd halvcirkulär yta, om ytans räta begränsningslinje ( $= 2r$ ) sammanfaller med vattenytan!

4. Definiera följande begrepp: 1) bankurva, 2) strömlinje, 3) stationär strömning, 4) hastighet och 5) acceleration.

5. Namnge och diskutera innebörden av ekvationen

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 !$$

6. I en horisontell rörledning är vattnets hastighet i en sektion 2 m/sek och trycket 1,5 kp/cm<sup>2</sup>? Huru stort är trycket i en annan sektion, där hastigheten är 40 % mindre, om ingen energiförlust antages äga rum?

7. Visa att i uttrycket (formeln för kap. stighöjd!)

$$h_c = \frac{2d}{\gamma r}$$

högra menbrun har dimensionen höjd! Ingående bokstavstecknen har vedertagen betydelse.

8. Om man funnit att den utströmmande vattennängden är 1,3 l/sek



genom en cirkulär öppning med 30 mm diameter, och öppningen ligger 400 mm under vattenytan i en öppen tank, huru stor är då utströmningskoefficienten  $\mu$ ?

Tisdagen den 22 maj 1956

1. Bevisa formeln

$$F = \gamma \cdot \eta_0 \cdot A$$

där ingående bokstäver har de i kompendiet närmare angivna betydelserna.

2. En horisontellt liggande rät cirkulär cylinder är fylld med en vätska. Beräkna förhållandet mellan de vertikala tryckkrafterna på det övre och undre cylinderskalet!

3. Bestäm tryckcentrums djupläge för en vertikalt ställd cirkulär yta, om ytans medelpunkt ligger på djupet  $y_0$  under den fria vätskeytan!

4. Diskutera begreppet medelhastighet i anslutning till en vätskas strömning!

5. Huru lyder Toricellis lag? Beräkna med hjälp av denna lag, huru stort övertryck som erfordras för att luft skall utströmma med en hastighet av 70 m/s genom ett hål i en behållare!

6. Namnge, analysera och diskutera betydelsen av uttrycket

$$\frac{v \cdot D}{\nu} = R$$

7. Huru stor blir fallförlusten i en 350 m lång 50 mm järnrörsledning, som skall föra 150 l vatten per minut?

8. Bestäm dimensionen på en betongrörsledning, som skall läggas i fallet 4,5:1000, om vattennängden är 0,20 m<sup>3</sup>/s!

Torsdagen den 11 april 1957

1. Diskutera kortfattat de grundläggande mekaniska egenskaperna hos en vätska!

2. Definiera och diskutera kortfattat följande termer och begrepp:

1) tryckkraft, 2) tryckcentrum, 3) hydrodynamiskt tryck, 4) displacement, 5) strömlinje, 6) utströmningskoefficient, 7) rörfriktionskoefficient och 8) turbulens!

3. En fördämningsmur av granit (sp.v. =  $\gamma$ ) med rektangulär sektion påverkas på ena sidan av trycket från en vattenmassa, som når ända upp till murens krön. Beräkna murens bredd, så att tillräcklig stabilitet mot stjälpning ernås, om murens höjd är  $h$ . Sifferex.  $\gamma = 3,0 \text{ kp/dm}^3$  och  $h = 3,0 \text{ m}$ .

4. Härled Bernouilles ekvation! Tillämpa densamma på följande exempel: På ett vertikalt vattenrör har man borrarat två lika stora hål. Höjdskillnaden mellan hålen är  $2,5 \text{ m}$ . Utströmningen genom det övre hålet visar sig härvid bli  $80 \%$  av utströmningen genom det nedre hålet. Beräkna trycket i m v.p. vid det övre hålet!

5. I en vattentank finns i den vertikala vägen  $1 \text{ m}$  över golvet ett litet hål, ur vilket vatten sprutar i en fin stråle, som träffar golvet  $3 \text{ m}$  från tankens vägg. Vilket tryck råder i tanken i hålets nivå?

6. Huru mycket vatten kan uttagas ur ett  $0,5 \text{ mm}$  glasrör utan att turbulens inträffar? Huru stor är då gradienten?

7. Härled en formel för en kompressibel vätskas (gas) stationära, laminära och isoterna strömning genom ett rör!

8. Vatten franrinner i en träränna, vars bredd är  $2,0 \text{ m}$  och lutning  $0,3 \text{ }^\circ/\text{oo}$ . Om vattendjupet är  $1,5 \text{ m}$ , huru stor är då den franrinnande vattennängden och huru stor är vattnets hastighet? Använd Kutters förenklade formel med

$$C = \frac{100 \sqrt{R_h}}{n + \sqrt{R_h}}$$

där  $n$  i detta fall kan sättas =  $0,2$ .

Tisdagen den 22 april 1958

1. Bevisa att trycket inuti en vätska är oberoende av riktningen!

2. En vätska befinner sig i en tank. Tanken befinner sig i rätlinigt accelererad rörelse. Accelerationen är  $a$  och riktningen bildar vinkeln  $\alpha$  med horisontalplanet. Vilken vinkel kommer vätskeytan att bilda med horisontalplanet? Ange några specialfall!

3. En kvadratisk yta med sidan  $a$  har sitt ena hörn på djupet  $h$  under en fri vätskeyta. Studera, huru tryckkraftens storlek varierar, när ytan med detta hörn fixt, antar olika godtyckliga lägen!

4. Beräkna tryckcentrums djupläge för en vertikalt ställd rektangel,

som helt befinner sig under vätskeytan!

5. Vad betyder eller vad säger ekvationen

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 ?$$

6. Huru mycket vatten av  $+20^{\circ} \text{ C}$  kan per timma passera genom ett 2 m långt glasrör, som har inre diametern 1 mm, utan att rörelsen blir turbulent, och huru stort är då tryckfallet?

7. Härled ett uttryck för förlusthöjden  $h_f$  vid en vätskas laminära rörelse mellan tvenne plattor på avståndet  $h$  från varandra!  $h_f$  skall uttryckas med hjälp av medelhastigheten.

8. I en horisontell rörledning med 200 mm diameter framrinner vatten med en hastighet av 0,75 m/sek. Tryckskillnaden mellan två ställen av rörledningen på 150 m avstånd är uppmätt till 0,6 m vattenpelare. Huru stor är rörfriktionskoefficienten?

Torsdagen den 28 maj 1959

1. Definiera och diskutera kortfattat termerna: 1) täthet, 2) specifik vikt och 3) specifik tyngd!

2. Härled Eulers allmänna jämviktsekvationer för en vätska!

3. Huru stort är trycket på en skiva i form av en liksidig triangel med 400 mm sida, då en av sidorna sammanfaller med vattenytan och skivan lutar  $60^{\circ}$  mot lodlinjen (Elfmän).

4. Härled Bernouilles ekvation med hjälp av energiprincipen!

5. Om man funnit, att den utströmmande vattennängden är 1,3 l/sek. genom en öppning med 30 mm diameter och hålet ligger 400 mm under vattenytan, huru stor är då utströmningskoefficienten (Elfmän)?

6. Diskutera kortfattat olika strömningsformer i rör! Utnyttja Reynolds tal!

7. I en rörledning med 150 mm diameter framrinner vattnet med en hastighet av 0,8 m/sek. Huru stor blir tryckförlusten i  $\text{‰}$  av längden?

8. Vilka formler och beräkningsmöjligheter finnes i kompendiet angivna för beräkning av likformig strömning i öppna ledningar?

Tillämpningsex: En träränna har 2 m bredd och 1,5 m vattendjup. Lutningen är 0,3  $\text{‰}$ . Huru stor blir vattnets hastighet och den framrinnande vattennängden?

Onsdagen den 18 november 1959

1. Visa att storleken av det specifika trycket i en godtycklig punkt inuti en vätska i relativ vila är oberoende av den betraktade riktningen!
2. Beräkna till storlek och angreppspunkt vattentryckets resultant mot en vertikal skiva i form av en liksidig triangel med sidan 1 m! Skivan är nedsänkt med spetsen nedåt i vatten, varvid den ena sidan är horisontell på djupet 1 m under vattenytan. (ur Faxén: Statik.)
3. Definiera följande termer och begrepp: a) tyngdpunkt, b) tryckcentrum, c) hydrostatiskt tryck, d) hydrodynamiskt tryck, e) hastighetstryck, f) Reynolds tal och g) specifik energi!
4. År 1730 höll Henri Pitot ett i rät vinkel böjt glaströr i floden Seine och fann, att då spetsen riktades mot strömmen, steg vattnet i den vertikala rördelen upp över flodens vattenyta. Det vinkelböjda röret kallas nu Pitotrör. Beräkna sambandet mellan stighöjden  $h$  (över vattenytan) och vattnets hastighet  $v$  framför rörspetsen!
5. Vid en vätskas strömning genom ett rör vet man, att hastigheten i varje punkt av en godtycklig sektion är en funktion av punktens radially avstånd från rörcentrum. Beräkna vätskeströmmens hastighetsenergi i sektionen!
6. Vid mätning av framrinnande vätskenängder användes ofta s.k. fria överfall med skarpkantad fördämning. För vätskenängder mindre än ca 20 l/s användes lämpligast triangel- (V-) formade överfall, vanligen med  $90^\circ$  vinkel (Thomsons skibord). Härled en formel för beräkning av den vattennögd, som per tidsenhet utströmmar genom ett sådant överfall! Vattenytans höjd över överfallets spets är  $h$ .
7. Hur stor vattennögd framrinner i ett dike, vars släntlutning är 1:1 och bottenbredd 0,2 m, om fallet är 1,2:1000 och vattendjupet 0,4 m. Använd Kutters förenklade formel
$$C = \frac{100 \sqrt{R_h}}{n + \sqrt{R_h}}$$
med  $n = 1,5$ !
8. En stad försörjes med vatten från en högre belägen sjö. Vattnet ledes genom en 10,4 km lång rörledning med 300 mm diameter. Den geometriska höjdskillnaden är 64 m och rörfriktionskoefficienten  $\lambda = 0,03$ . I ledningen finnes 9 krökar, vardera med motståndskoefficienten  $k = 0,2$  och 3 ventiler vardera med  $k = 1,4$ . Till hur stor befolkning räcker



vattnet, om varje invånare beräknas förbruka 200 l per dygn?

Onsdagen den 8 juni 1960

1. Härled Eulers allmänna jämviktsekvationer! Reducera systemet av jämviktsekvationer till formen

$$p = p_0 + \gamma h$$

där symbolerna ha gängse (enl. komp.) betydelse.

2. Härled ekvationen

$$F = \gamma h_0 A$$

och formulera det av ekvationen uttryckta sambandet i ord!

3. Beräkna tryckcentrums djupläge för en vertikalt ställd rektangel, om dess övre horisontella kantlinje ligger på djupet h.

4. Redogör<sup>ser</sup> eller förklara termerna: tredimensionell strömning, tvådimensionell strömning och endimensionell strömning!

5. Om man funnit, att den utströmmande vattennängden är 1,3 l/sek. genom en öppning med 30 mm diameter, och hålet ligger 400 mm under vattenytan, huru stor är då utströmningskoefficienten?

6. Av två kärl, försedda med hål i botten, är det ena ställt ovanför det andra. Bottenhålets storlek är i det övre kärlet 80 mm<sup>2</sup>, i det nedre 50 mm<sup>2</sup>. Till det övre kärlet strömmar så mycket vatten, att det står 1 dm över botten. Huru högt ställer sig vattnet i det nedre kärlet? (Elfan)

7. Huru stor diameter skall man giva ett vattenledningsrör, om tryckförlusten ej får uppgå till mer än 5 ‰ av längden, då 8 l/sek. skall framrinna  $\lambda = 0,03$  (Elfan)

8. Huru stor lutning skall ett avloppsrör, vars diameter är 250 mm ha, för att vattnets hastighet skall bli 0,6 m? (Elfan)

Fre dagen den 26 augusti 1960

1. Definiera de mekaniska (dynamiska) storheterna impuls, arbete och effekt! Ange deras dimensioner och i vilka enheter de kan mätas eller uttryckas!

2. Definiera och diskutera begreppen tryckkraft och tryck speciellt i en vätska!

3. Under vilken vinkel ställer vattenytan på en lokomotivtender in sig, då lokomotivet förflyttar sig med en acceleration av  $1,4 \text{ m/sek}^2$ ?
4. Bestäm tryckcentrums läge för en kvadratisk yta med 400 mm sida, om ytan är nedsänkt i vatten så att det övre hörnet befinner sig 1 m under vattenytan och så att en diagonal är horisontell och en vertikal.
5. Beskriv och diskutera den laminära rörelsen!
6. Härled genom en dimensionsbetraktelse Reynolds tal!
7. Härled ett uttryck för utströmningstiden över ett rektangulärt bräddavlopp, då ingen tillströmning äger rum.
8. Huru stor vattennängd franrinner i ett dike med släntlutningen 1:1, om bottenbredden är 0,3 m,  $I = 0,8:1000$  och vattendjupet 0,5 m?

Måndagen den 15 maj 1961

1. Visa att vätskeytan i ett kärl, som roterar kring en vertikal axel, bildar en rotationsparaboloid!
2. Tillämpa det i fråga nr 1 angivna sambandet på följande exempel!  
Ett upprättstående koniskt kärl med  $60^\circ$  bottenvinkel och rymmande 5 cl är fyllt med 2,5 cl vätska. Vilken är den högsta rotationshastighet kärlet kan bibringas, utan att någon del av vätskan kastas ut över kärlkanten?
3. En damm med trapetsformad tvärsnitt har följande dimensioner: bredden vid basen = 3 m, krönbredden = 2 m och höjden 5 m. Den mot vattnet vättande sidan är vertikal och dammens spec. tyngd är  $2,2 \text{ kp/dm}^3$ . Beräkna förhållandet mellan det stabiliserande och det stjälpande momentet, då vattnet står 4 m högt över dammens bas.
4. Bestäm tryckcentrums djupläge för en vertikalt ställd parallelltrapets!
5. I den vertikala väggen till en cistern är två hål upptagna, det ena lodrätt under det andra. Visa, att de båda uppkommande vattenstrålarna träffas i en punkt, som ligger lika mycket under den lägre öppningen som vätskeytan ligger över den övre öppningen!
6. Härled och diskutera Bernouilles ekvation!
7. En rektangulär, skarpkantad öppning med en bredd av 4 dm i en vertikal damnvägg skall genomsläppa 400 l/s. Underkanten av öppningen skall ligga 3 m under den fria vätskeytan. Hur stor skall öppningen göras, då  $\mu$  sättes = 0,62.

8. En sjö med branta stränder har arean 5 har. Sjöns vatten avtappas över ett 2 m långt skibord (rektang. överfall). Huru lång tid tar det, innan vattnet sjunkit 1 dm, om det från början stod 4 dm över skibordet.  $\mu = 0,6$ .

Torsdagen den 14 juni 1962

1. Bevisa följande sats: I varje punkt inuti en vätska i relativ vila är storleken av trycket oberoende av den betraktade riktningen.

2. En liksidig triangel med sidan  $a$  (längdenheter) nedföres i vatten, så att en sida sammanfaller med vattenytan och så att triangelns plan sammanfaller med vertikalplanet. Beräkna vattentryckets storlek och angreppspunkt!

3. Övertrycket inuti ett cylindriskt rör med radien  $r$  är  $p$  kp/cm<sup>2</sup>. Med vilken kraft per längdenhet pressas rörhälfterna isär på grund av detta övertryck?

4. a) Diskutera begreppet medelhastighet i anslutning till en vätskas strömning! b) Lös sedan följande problem: Vid en tvådimensionell strömning mellan tvenne plattor A och B är hastighetsfördelningen i en godtycklig sektion given genom en parabel med maximal hastighet  $v_{\max}$  mitt emellan plattorna och hastigheten 0 vid plattornas insida. Sök medelhastigheten uttryckt i  $v_{\max}$ !

5. Härled Bernoullis ekvation! Diskutera de enskilda termernas betydelse och dimension!

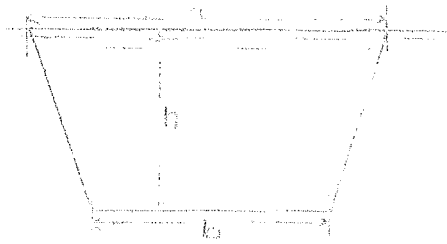
6. Definiera och diskutera begreppet inre friktion eller viskositet hos en vätska!

7. Härled formeln för fri utströmning genom vertikal, rektangulär öppning! Num. ex.  $b = 2$  m,  $h_1 = 1,0$  m,  $h_2 = 2,0$  m och  $v_0 = 0$  samt  $\mu = 0,65$ .

8. Huru stor diameter skall en tubledning till en vattenkraftstation ha, om tryckförlusten på grund av rörfriktionen ej får uppgå till mer än 5,5 m v.p. Tubens längd är 1100 m och vattennängden  $1,2$  m<sup>3</sup>/s.  $\lambda = 0,03$ .

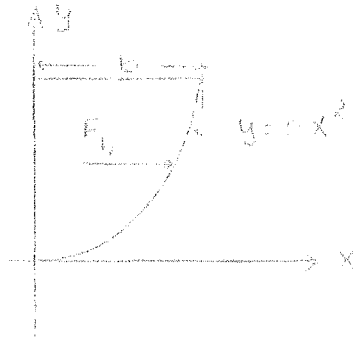
Torsdagen den 1 november 1962

1.



Beräkna tryckkraften mot vidstående vertikalt ställda parallelltrapets!

2.



Beräkna den horisontella tryckkraften  $\frac{F_c}{l}$  per längdenhet mot vidstående buktiga yta!

3. Härled Bernoullis ekvation genom en energibetraktelse!

4. Hur stort är trycket (maximalt) i sugledningen till en pump 6 m över vattenytan i den brunn, varifrån vattnet tages. Det yttre lufttrycket är 750 mm Hg och vattnets hastighet i ledningen är 3 m/s.

5. Hur lyder Toricellis lag?

6. Hur stor är skillnaden i energi mellan två lika stora masselöslut, av vilka det ena befinner sig vid ytan av en i vila varande vätska och det andra strömmar ut genom en öppning i kärlet? Vid båda ställena råder atmosfärstryck. (Lundberg III-2).

7. Beräkna med hjälp av Yarnell och Woodward's formel

$$q = 93 A \cdot R_h^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}}$$

den vattentransporterande förmågan  $q$  i l/s hos en 300 mm betongledning i fallet  $I = 8 \text{ ‰}$ .

8. Hur stor vattennängd framflyter i ett öppet dike, som ligger i fallet  $I = 6 \text{ ‰}$ , om bottenbredden är 0,55 m och vattendjupet 0,5 m. Släntlutningen är 1:1. (Lämplig tabell får användas!)



Agrohydrologi, spec. markens egenskaper som vattenhållande och vattenförande system

Onsdagen den 4 februari 1953

1. Försök att uppställa ett principschema över huru nederbörden inom ett visst mindre område fångas upp eller fördelar sig på olika mängder, vilka sedan på olika sätt avgår eller förbrukas.
2. Ange några begrepp och metoder, varmed man kan beskriva eller karakterisera variationen i ett vattendrags vattenföring under året.
3. Definiera och diskutera begreppet grundvattenyta.
4. Avståndet mellan tvänne parallella täckdiken i en likformigt genomsläpplig mark är  $2l$  och täckdiketsdjupet är  $h$ . Härled en ekvation för grundvattenytans form mellan de båda dikena, om dessa antages ligga på en ogenomsläpplig botten och nederbördsintensiteten är  $M$  mm per timma! Huru djupt under markytan kommer grundvattenytan att stå mitt emellan dikena?
5. Diskutera sambandet mellan kapillaritet och korndiameter i jordarna! Uppställ på basis härav en tabellarisk översikt av maximala kapillära stighöjden och korngrupperna i Atterbergs skala!
6. Huru lyder det kvalitativa sambandet mellan vertikalt upptransporterad vattennängd, kapillaritet, genomsläpplighet och avståndet till grundvattenytan i en profil. Diskutera i anslutning till detta samband vad t.ex. ett gruslager på visst djup i profilen betyder!
7. Försök att definiera följande termer: makrostruktur, mikrostruktur, strukturkapacitet, strukturstabilitet och strukturaktivitet.
8. Beräkna förhållandet mellan den fria vätskeförande volymen och den begränsande väggen (ä.v.s.  $R_h$ ) i följande två system: a) ett cirkulärt rör med radien  $r_r$  och b) en ideal sand, vars porositet är  $n\%$  och som består av likstora sfärer med radien  $r_s$ !

Tisdagen den 25 augusti 1953

1. Betrakta ett ur hydrologisk (hydrografisk) synpunkt mindre markområde (10-500 ha) i t.ex. Mellansverige. Försök att ge en schematisk översikt av dess vattenhushållning. Inför och definiera de för en grundläggande analys nödvändiga begreppen! Observera särskilt skillnader mellan de för längre och kortare tidsrymder gällande anbanden!

2. Diskutera noggrant skillnaden mellan fritt och bundet vatten i en mark. Ange någon experimentell metod att skilja de båda vattenmängderna åt!

3. Definiera följande begrepp: a) 1) laminär strömning, 2) turbulent strömning, 3) viskositet (= vätskas), 4) hydrauliskt medel djup och 5) rörfriktionskoefficient samt b) 1) textur, 2) struktur, 3) makrostruktur, 4) mikrostruktur och 5) porositet!

4. Viktsprocenten (av torrs.) vatten i en mark varierar med djupet  $z$  enligt det symboliska uttrycket

$$w_1 = f(z) \quad (a)$$

och ifrågavarande marks torra volymvikt varierar enligt uttrycket

$$\gamma_t = \psi(z) \quad (b)$$

Bevisa att volymprocenten  $w_2$  vatten i denna mark varierar med djupet enligt uttrycket

$$w_2 = \psi(z)f(z) \quad (c)$$

5. Ange några skäl varför en mark i allmänhet bör uppvisa olika genomsläpplighet i horisontell resp. vertikal riktning! Försök att med utgångspunkt från dessa anförda erfarenhetsskäl och experimentella data överföra diskussionen till en kvantitativ teori (om tiden räcker!)

6. Härled och diskutera den för vattnets kapillära stigning i ett rör gällande fysikaliska grundekvationen! Huru kan densamma såsom ett kvalitativt giltigt uttryck tillämpas på jordmaterial?

7. Ett från 4 m djup upptaget lerprov inom ett till invallning avsett område utvisade en vattenhalt av 65 % (vikts-% av ts). Ange något sätt att skatta denna leras porositet!

8. Diskutera de grundläggande hydrologiska skillnaderna mellan en markprofil i finmojord respektive lerjord!

Torsdagen den 12 november 1953

1. Diskutera i grova drag, huru en intensifierad utdikning inom ett visst område kan tänkas påverka vattenföringen i huvudavloppet från området ifråga.

2. Ange något sätt, på vilket man kan mäta eller skaffa sig en uppfattning om vattenföringen i en bäck eller ett liknande mindre vattendrag under en viss tid t.ex. vid tiden för högvattenavrinningen.

3. Vattenföringen i en å (el. bäck) antages variera med tiden enligt uttrycket

$$q = f(t)$$

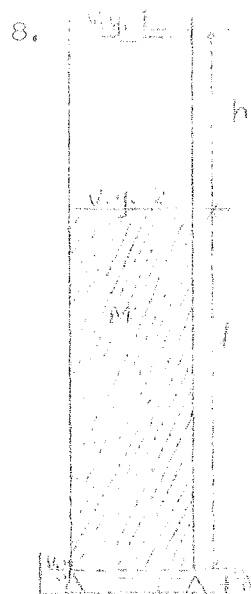
där  $q$  är medelvattenföringen i  $m^3/dygn$  och  $t$  tiden i dagar. Beräkna med ledning härav medelvattenföringen för ett år! Exemplifiera med något enkelt uttryck för  $q$ . Ange också, huru  $q$  kan tänkas bli beständ!

4. Definiera följande termer: 1) permeabilitet, 2) infiltration och 3) perkolation.

5. Definiera följande termer: 1) makrostruktur, 2) mikrostruktur, 3) strukturelement, 4) strukturkapacitet, 5) aggregat, 6) fragment och 7) crumb.

6. Diskutera och belys närmare sambandet mellan Darcys lag och Hagen-Poiseuilles lag.

7. Härled en formel för sambandet mellan jordens volymvikt  $\gamma$  vid godtycklig vattenhalt  $w_1$  samt variablerna kornvikt  $s$  (= jordmaterialens sp.v.), procenthalten organisk substans  $a$  samt porositet  $n$ . Beräkna med hjälp av den funna formeln  $\gamma$  för en jord, vars porositet är 60 % och procenthalt org. substans 15 %, då vattenhalten  $w_1$  är 25 % av torrsubstansen.



En helt vattenfylld pelare av sand genomströmmas av vatten i enlighet med vidstående figur. Bevisa att om tiden för vattenytans nedsjunkning från läget 1. till läget 2. observeras och betecknas med  $t$ , så gäller för beräkning av  $k$  den approximativa formeln

$$k = \frac{h}{\left(1 + \frac{h}{2l}\right)t} \quad (a)$$

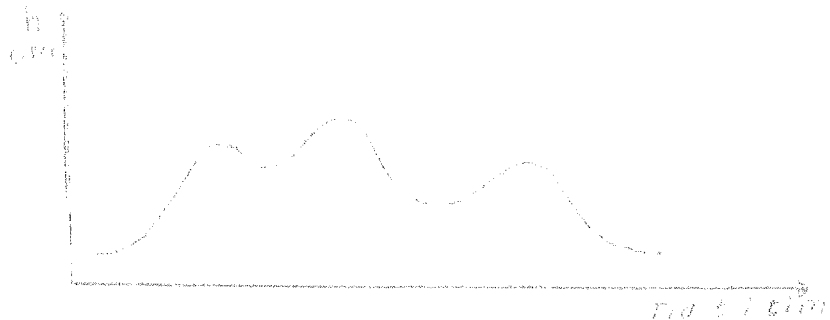
som vid överslagsberäkningar och under vissa förhållanden ytterligare kan förenklas till

$$k = \frac{h}{t} \quad (b)$$

Huru lyder under angivna betingelser den för beräkning av  $k$  exakta formeln. Om mätningarna i övrigt anses ge en säkerhet vid bestämningen av  $k$  som ligger vid 1 rel.%, under vilka förhållanden kan då användningen av formlerna a eller b anses tillåten?

Lördagen den 19 februari 1955

1. Försök att genomföra en kort systematisk diskussion av huru en ytplanering kan tänkas inverka på det odlade fältets vattenhushållning! Huru påverkas avrinningen och avdunstningen? Vilken betydelse har fälttopografin, huru inverkar en mer eller mindre genomgående lutning? Jämför speciellt upptorkningen på våren, bärighetsförhållanden på hösten etc!
2. För att kunna följa och studera avrinningen genom ett täckdikessystem från ett dränerat fält med arean  $a$  (har) ledes det avrinnande vattnet genom ett v-format överfall. Vattenståndet över det triangulära ( $90^\circ$ ) överfallets spets registreras automatiskt. Under en vårvecka med hög avrinning har följande schematiskt angivna vattenståndskurva erhållits.



Huru erhålles ur denna kurva 1) avrinningen i l/s och har samt motsvarande kurva och 2) huru beräknas den totalt avrunna vattenmängden  $Q$ ?

Formeln för avrinning över v-format överfall lyder

$$q = c \cdot h^{\frac{5}{2}}$$

där  $c$  är en konst.

3. Definiera och diskutera kortfattat följande termer: 1) permeabilitet, 2) infiltration och 3) perkolation!
4. Definiera och diskutera begreppet markstruktur samt utvidga diskussionen i speciell anslutning till begreppet aggregat!
5. Om genomsläppligheten i en mark antages variera lineärt med djupet, vad blir då denna marks totala genomsläpplighet i horisontell och vertikal riktning? Beräkningarna anknytas till den översta metern.
6. Visa att för den kapillära horisontella vatteninsugningen i en tor jordpelare med möjligtast likformiga packning bör gälla
$$x = c \sqrt{t}$$
där  $x$  är längden av den vätta sträckan efter tiden  $t$ .



7 Beräkna eller skatta på lämpligt sätt storleksordningen av kapillaritet och genomsläpplighet i en sandjord, finmojord och lera, vilka alla befinna sig i enkelkornstruktur!

8 Bevisa att vattenhalten hos en mark (jord) med torra volymvikten  $\gamma_t$  och porositeten  $n$  aldrig kan bli större än  $n/\gamma_t$ , förutsatt att  $n$  är konstant under de olika vattenupptagnings- och vattenavgivningsprocesserna.

Fredagen den 21 oktober 1955

1. Definiera begreppet permeabilitet och ange några metoder att bestämma permeabiliteten hos en jord (mark)!

2. Diskutera sambandet mellan permeabilitet och dikesavstånd d.v.s. motivera och analysera de mer eller mindre plausibla samband, som här bör förefinnas!

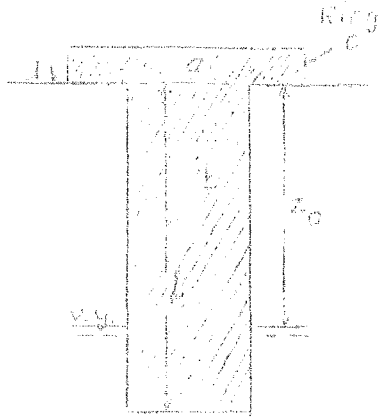
3. Definiera följande begrepp: 1) markstruktur, 2) makrostruktur och 3) mikrostruktur! Diskutera kortfattat definitionernas närmare innebörd och precisera dem med hjälp av exempel!

4. Beskriv det allmänna utseendet av en markprofil i en styv varvig lera!

5. Bilagda trappstegsdiagram (fig. 1) visar den nek. sammansättningen av ett alvjordsprov från Uddeholm i Värmland. Inrita med ledning av diagrammet frekvens- och fördelnings- (summations-) kurvorna för jordarten! Motivera kortfattat principerna för kurvornas dragning! Namnge jordarten, samt ange huruvida diagrammet tillåter någon utsaga om lerets större eller mindre kolloiditet i jordarten!

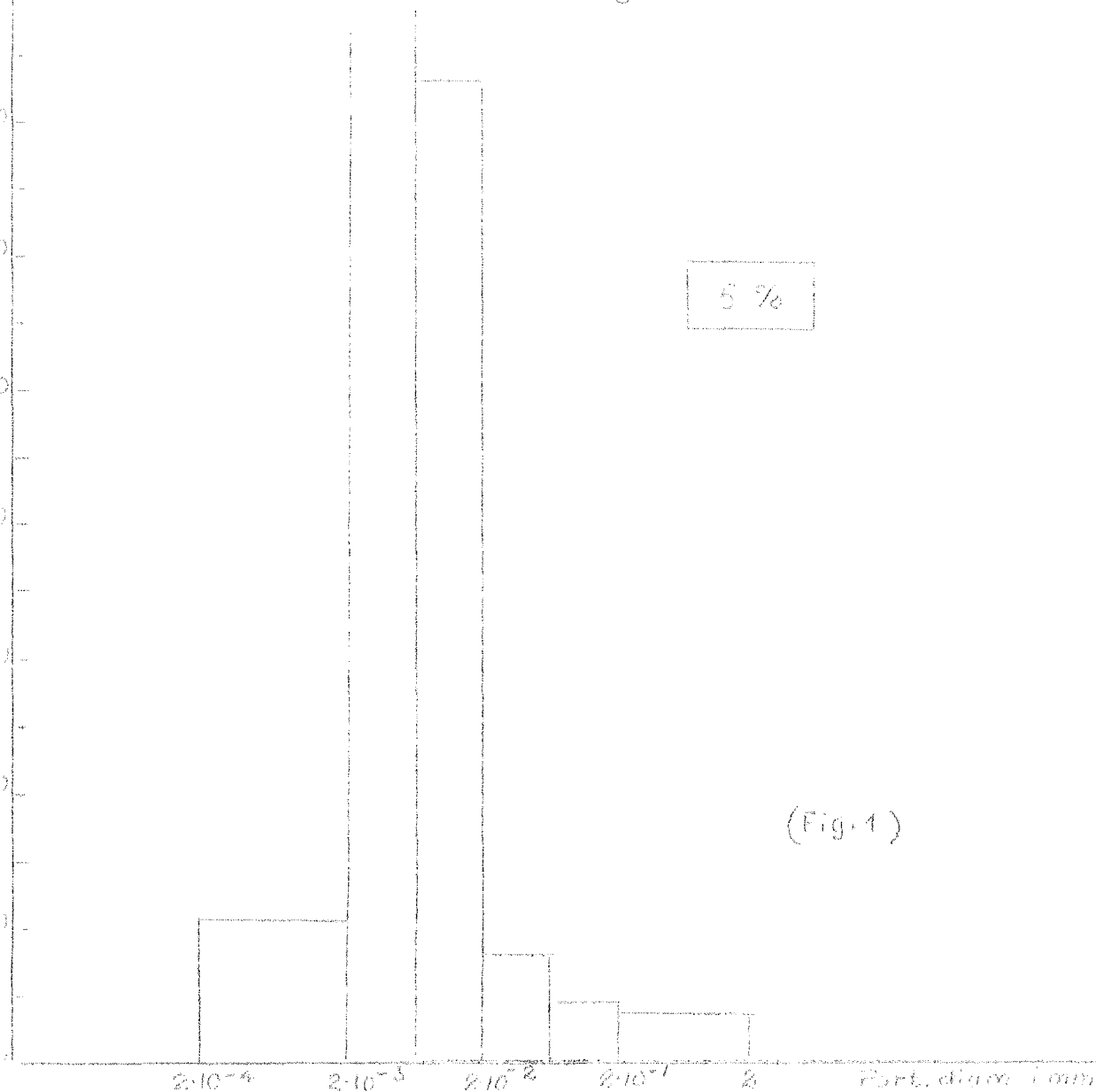
6. I ett horisontalsnitt från en gyttja är enligt volymsanalysen (n. hjälp av utstansade cyl. provproppar) materialvolymen i det inre av strukturelementen 18,4 %. Om de i snittet iakttagbara stabila sprickornas tvärsnittsarea uppnåtes och befinnes vara  $a \text{ cm}^2$  samt snittets totala area är  $A \text{ cm}^2$  vad blir då värdet av den genomsnittliga materialvolymen i snittet?

7.



b är en kap. mättad vertikal jordpelare av längden  $l$  ( $l \ll h_c = \text{nat. kap.}$ ) som står i en behållare med vatten, så att avst. till b:s övre yta är  $z_0$ . I ringen c lägges torrt material av samma jordart. Härvid uppkommer en kap. sugning. Visa att som följd härav en ny 0-nivå (= en nivå som varken uppvisar över- el. undertryck) uppkommer, och beräkna dess djup under ytan  $d$ !

8. Ett kapillärrör med radien  $r$  lägges i horisontellt läge onedelbart under en vattenyta. Härvid insuges vatten kap. i båda ändarna av röret. Beräkna det övertryck, som uppkommer i den instängda luften! Analysera med utgångspunkt från detta enkla exempel, vad som sker, när en torr "lerkoka" utsättes för snabb vätning!



Fredagen den 24 februari 1956

1. Försök att genomföra en kort diskussion av begreppet markblock! Visa om möjligt, huru detta begrepp kan befrukta tänkandet över och analysen av vissa markfysikaliska begrepp och sammanhang!

2. Hagen-Poiseuilles ekv. lyder

$$q = \frac{\pi \kappa l r^4}{8 \mu}$$

där ingående bokstavstecken har vedertagen betydelse. Diskutera med utgångspunkt härifrån satsen: "i den mån utbildade rotkanaler och maskgångar kvarstår och stabiliseras i en mark, blir dessa helt bestämmande för genomsläppligheten"!

3. För en viss profil antages

$$k_h = k_v = a + cz$$

Beräkna  $k_{h,t}$  och  $k_{v,t}$  för markdjupet  $d$  eller för intervallet  $0 \leq z \leq d$ .

4. Vad menas med begreppen a) snitt, b) snittplan, c) v-snitt, d) h-snitt, e) snittyta, f) delyta eller brottyta, g) naturliga- och h) artificiella brottytor?

5. Redogör för makrostrukturens utbildning i en gyttjeler!

6. Definiera och diskutera begreppet vissningspunkt!

7. För en viss profil kan sambandet mellan vissningspunkt  $w$  och lerhalt  $x$  (i viktsprocent) skrivas

$$w = 0,5 x$$

Om lerhaltens djupfunktion är

$$x = 30 + 0,2 z$$

där  $z$  är djupet i cm, huru mycket ej upptagbart vatten  $V_{v,w}$  finnes då i denna profil ned till 1 m djup?

8. Diskutera sambandet mellan kapillaritet och kornstorlek! Visa att kapillariteten blir nest betydelsefull i jordar, där mellankornstorlekerna dominerar (finmo- och grovmjälajordar).

Fredagen den 8 juni 1956

1. Visa att  $k$ -värdet för två olika vätskor eller för en och samma vätska vid olika temperaturer är omvänt proportionellt mot den kinematiska viskositeten!

2. Ange några olika sätt att mäta eller att eventuellt endast skatta genomsläppligheten hos en mark!
3. Visa att under vissa förenklade antaganden grundvattenytan mellan två dräneringsledningar antar formen av en ellips!
4. Definiera begreppen a) markstruktur, b) strukturelement, c) aggregat, d) aktuell struktur, e) strukturkapacitet och f) strukturaktivitet!
5. Försök att ange grunddragen av den syn på markstrukturen och speciellt aggregatstrukturen, som på olika ställen kommer fram i min serie "Markfysikaliska undersökningar i odlad jord"!
6. Huru stor kan vattenhalten uttryckt i viktsprocent  $w_1$  maximalt bli, om porositeten  $n$  är 60 %.
  - a) om sp.vikten  $s$  är 2,60 (mineraljord)
  - b) om sp.vikten  $s$  är 1,3 (ren mulljord)
7. Vid en viss tidpunkt ( $t=t_1$ ) är vattenhalten  $w$  i en profil beständ av följande data:

<u>Djup i cm z</u>	5	50	95
<u>Vattenhalt w</u>	40	18	50
<u>i vol.proc.</u>			

Om vattenhalten  $w$  kan uppfattas som en kontinuerlig funktion av djupet  $w=f(z)$  och denna funktion approximeras till en parabel inom den översta metern (intervallet  $0 \leq z \leq 100$  cm), vilket uttryck erhålles då för  $w$  och huru stor är den i profilen upplagrade vattennängden uttryckt i mm nederbörd  $N$ ?
8. Diskutera det grundläggande schema, som gäller för markprofilens vattenhaltsväxlingar under året!

Måndagen den 18 mars 1957

1. Definiera och diskutera kortfattat begreppen 1) infiltration, 2) perkolation och 3) permeabilitet! Diskutera speciellt de tre begreppens inbördes relationer!
2. Definiera begreppet vissningspunkt och redogör för huru vissningspunkten experimentellt kan bestämmas samt i grova drag för dess ekologiska betydelse!
3. Vattenhalten  $w$  i en jord kan helt allmänt betraktas som en funktion av djupet  $z$  och tiden  $t$ . Vilka tre olika typer av vattenhaltsdiagram

eller - kurvor kan med hänsyn härtill uppritas i planet. Diskutera de olika typernas för- och nackdelar!

4. En mark tänkes bestå av (el. kunna approximeras till) tre horisonter: en övre mäktigare horisont med tjockleken  $d_1$ , en mellanhorisont med tjockleken  $d_2$  och så den djupast liggande grunden (vars mäktighet är oväsentlig). I den övre horisonten existerar endast vertikal genomsläpplighet  $k_v$  (maskhål o. rotkanaler!) och i mellanhorisonten sker strömningen i horisontell riktning. Genomsläppligheten är här  $k$ . Grunden kan anses ogenomsläpplig ( $k = 0$ ). Dräneringsledningarna ligger i det genomsläppliga lagret på djupet  $h = d_1 + d_2$  och på avståndet 2 l från varandra. Studera grundvattenytans form för olika infiltrationsintensiteter  $q_d$ !

5. Vilken relation råder mellan kornstorlek och kapillaritet? Uppgör med hjälp av denna relation en tabell över sambandet mellan jordart och maximal kapillär stighöjd!

6. Härled sambandet

$$h_c^2 \cdot k = \text{konst.}$$

där  $h_c$  betecknar en viss jordarts kapillaritet och  $k$  dess permeabilitet. Visa att under särskilda antaganden och i anslutning till visst experimentellt material gäller speciellt

$$h_c^2 k = 1,8$$

7. För en viss jord gäller att  $0,2 \leq d \leq 0,06$  för alla  $z$ . Studera huru grundvattenytans variationer påverkar vattenhaltsfördelningen i denna jord d.v.s. undersök

$$w = f(z)$$

vid uppnådda dräneringsjämvikter. Inga andra vattenavledande processer tänkes förekomma än vertikal avrinning till grundvattenytan.

8. Vattenhalten uttryckt i volymprocent i en mark varierar med djupet vid ett visst tillfälle ( $t = t_1$ ) enligt följande uttryck:

$$w = 50 - z \quad \text{för } 0 \leq z \leq 25 \text{ (cm)}$$

$$w = 25 + 0,35 z \quad \text{för } 25 \leq z \leq 100 \text{ (cm)}$$

Beräkna denna marks totala vattenförråd i mm (nederbörd)!

Tisdagen den 6 augusti 1957

1. Härled ekvationen

$$p = p_0 + \gamma \left( 1 + \frac{a}{g} \sin \alpha \right) h$$

där  $p$  är vätsketrycket på djupet  $h$  i en tank, som befinner sig i en likformigt accelererad rörelse. Accelerationen är  $a$  och bildar vinkeln  $\alpha$  med horisontalplanet.  $p_0$  är atmosfärtrycket.

2. Beräkna storleken av vätsketrycket mot en vertikalt ställd triangel med ena kantlinjen i vätskeytan! Beräkna även angreppspunkten för det totala vätsketrycket!

3. Visa att medelhastigheten vid laminär strömning mellan tvänne parallella plattor är  $2/3$  av maximala hastigheten!

4. Definiera termerna: a) dimension, b) tryck, c) nivåyta, d) stationär, e) laminär och f) turbulent!

5. Huru stor vattenmängd passerar vid fullgång genom en 5" betongledning lagd i fallet 6,5:1000?

6. Definiera begreppet markblock och ange några av de speciella fördelar användningen av detta begrepp har inom agrohydrologien och markfysiken!

7. Diskutera kortfattat Darcys lag!

8. Vilken enkel relation råder mellan volymprocent  $w_2$  och viktsprocent  $w_1$  vatten i en jord med torra volymvikten  $\gamma_t$ ?

9. Vilken enkel relation råder mellan kapillaritet (= max. stighöjd) och kornstorlek (korndiameter  $d$ )? Upprätta med hjälp av denna relation en tabell över de Atterbergiska kornstorleksgränserna och motsvarande kapillariteter!

10. Inför och definiera lämpliga begrepp samt diskutera med hjälp av dessa de principiella upptorknings- och uppblötningsförloppen i en uppländsk lerjordsprofil!

Fredagen den 6 september 1957

1. Diskutera vattnets förekomstformer i marken samt gör en lämplig indelning av markvattnet (jordvattnet)!

2. Definiera begreppet vissningspunkt och ange, huru denna experimentellt kan bestämmas, samt ange speciellt, huru den beror av texturen!

3. Beräkna eller skatta på lämpligt sätt den mängd vatten som per ytenhet passerar genom ett 2 m tjockt sandfilter, när tryckfallet är 4 m v.p.

4. Visa att partikeldiameteren  $\underline{d}$  för den jordart (enkorns!), som vid ett visst grundvattendjup  $\underline{z}$  ger maximal kapillär upptransport  $\underline{q}_{\max}$ , är beständ av uttrycket

$$\underline{d} = \frac{0,3}{z}$$

5. Huru stor kan volymvikten i en lera med  $n = 55\%$  och  $z = 2,7$  bli vid helt vattenfyllda porer?

6. Diskutera huru vattenhalterna i en sand- respektive en lerprofil beror av en variabel grundvattenyta!

7. Redogör för makrostrukturens utbildning i en gyttjelera samt ange de härav bestående specifika hydrologiska egenskaperna hos gyttjeleror!

8. Visa att under vissa förenklande antaganden grundvattenytan mellan tvenne dräneringsledningar får formen av en ellipsbåge!

Lördagen den 7 december 1957

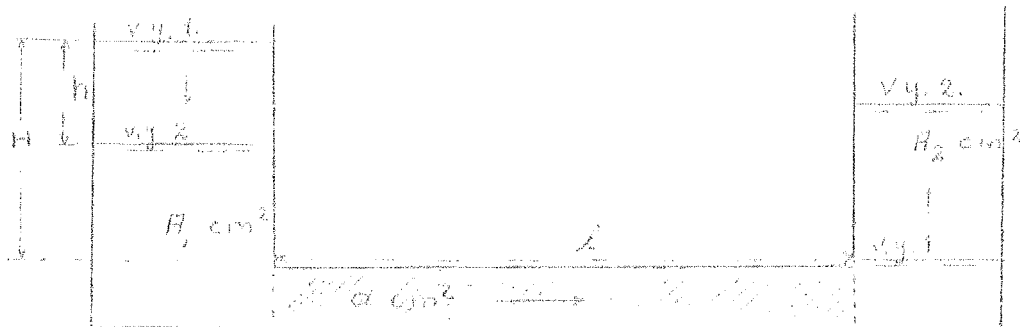
1. a) Definiera och diskutera begreppet permeabilitet. b) Ange också i grova drag, vilka faktorer, som bestämmer de olika jordarnas genomsläpplighet. c) Gör en viss systematisk översikt!

2. Bevisa relationen

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{\nu_2}{\nu_1}$$

d.v.s. att ett systems genomsläpplighet för två olika vätskor är omvänt proportionell mot vätskornas kinematiska viskositet.

3. Två behållare är förenade enligt figur 1. Beräkna den tid, som åtgår för att vattenytan i den ena behållaren skall sjunka  $\underline{h}$  cm!



4. Beskriv och diskutera strukturförhållandena i en styv lera uti Uppland!
5. Diskutera huru vattenhalterna i en sand- respektive lerprofil beror av en variabel grundvattenyta! Undersök speciellt de jänviktsvattenhalter, mot vilka profilerna tenderar att gå!
6. a) Definiera och diskutera begreppet volymvikt  $\gamma$  ! b) Beräkna dessutom volymvikten hos en lera med  $n = 50 \%$  och  $s = 2,7$ , dels när den är helt torr, dels när den är vattennättad!
7. I två likadana torra jordpelare suges vatten kapillärt in dels vertikalt uppåt (i den ena pelaren) och dels vertikalt nedåt (i den andra pelaren). Om våtfrontens hastighet jämföres vid samma  $z$  är skillnaden  $= \frac{200}{w}$  k. Bevisa detta!
8. Bevisa formeln
- $$x = \text{konst} \sqrt{t}$$
- där  $x$  är våtfrontens läge vid tiden  $t$ , när vatten kapillärt insuges i en torr horisontell jordpelare.

Måndagen den 27 oktober 1958

1. Diskutera vattnets förekomstformer i jord och mark och gör en lämplig indelning av vattnet i marken!
2. En mark har följande  $k$ -värden: i matjorden 0-20 cm är  $k = 1$  cm/tim, i plogsulan är  $k = 0,05$  cm/tim och i alven 30-100 cm är  $k = 50$  cm/tim. Denna mark tänkes vidare dränerad genom ett gruslager på en meters djup. Beräkna under angivna förutsättningar den maximala infiltrationshastigheten, om jorden tänkes helt fylld med vatten och vattnets övertryck i gruset är 0.
3. Visa att om man bestämt en jords, ett kornigt materials genomsläpplighet för luft  $k_l$ , så kan dess genomsläpplighet för vatten  $k_v$  erhållas ur sambandet

$$k_l = 0,068 k_v$$

Jämföres emellertid de genom ett visst system under samma tid och tryck genomströmmade volymerna luft  $q_l$  och vatten  $q_v$ , så gäller relationen

$$q_l = 52,1 q_v$$

Visa även detta!

$$\gamma_v = 0,0101 \text{ cm}^2/\text{sek}, \gamma_l = 0,149 \text{ cm}^2/\text{sek}, \rho_v = 1,00 \text{ g/cm}^3 \text{ och}$$



$$\rho_1 = 0,0013 \text{ g/cm}^3$$

4. Härled en ekvation för vattnets kapillära vertikala nedsjunkning i en torr jordpelare!
5. Diskutera och definiera begreppet vissningsgräns! Vilka metoder har vi för bestämning och kontroll av denna gräns?
6. Diskutera det fundamentala schema, som lagts till grund för våra studier och analyser av jordarnas egenskaper, som vattenförande och i förbindelse med växten vattenhushållande system!
7. Vid ett visst tillfälle kan en jords vattenhalt approximeras till uttrycket (parabeln)

$$w = 55 - 0,5 z + 0,0025 z^2$$

där  $w$  = vattenhalten i volymprocent och  $z$  = djupet i cm.

- a) Huru många cm vatten innehåller denna jord ned till 100 cm djup?
- b) Om vid en viss senare tidpunkt vattenhaltskurvan motsvaras av den givna kurvans spegelbild kring  $w = 30 \%$ , huru mycket vatten har då under tiden avgått från profilen?

8. Diskutera den grundsyn på markstrukturen, som kan sägas gå som en röd tråd genom avhandlingsserien Markfysikaliska undersökningar i odlad jord och som även varit vägledande vid den muntliga undervisningen!

Onsdagen den 16 december 1959

1. Diskutera och genomför en lämplig indelning av jord-(mark-) vattnet med hänsyn till dess förekomstformer! Försök också att parallellisera denna indelning med uppdelningen av porvolymen i det fundamentala diagram (n-diagram), som ligger till grund för våra studier och analyser av marken som vattenhushållande system!
2. Definiera och diskutera följande begrepp: a) infiltration, b) perkolation och c) permeabilitet!
3. Beskriv och diskutera strukturförhållandena i en styv lerjord vid Ultuna! Använd denna beskrivning som utgångspunkt för en lämplig uppdelning av natjord och alv i olika mer eller mindre väl avgränsade lager eller skikt!
4. Härled formeln

$$\Delta w = 100 (\gamma_1 - \gamma_2)$$

där  $\Delta w = w_1 - w_2$  anger differensen i volymprocent vatten hos ett och

samma material (jord) mellan tidpunkterna  $t_1$  och  $t_2$  och  $\chi_1$  respektive  $\chi_2$  är de aktuella volymvikterna vid motsvarande tillfällen!

Sambandet pekar på att det är möjligt att följa förändringarna i markens vatteninnehåll genom fortlöpande volymviktsbestämningar.

5. Den vertikala genomsläppligheten i marken kan teoretiskt beräknas med utgångspunkt från relationen

$$k = C \cdot N \cdot r^4$$

där  $k$  är genomsläpplighetskoefficienten,  $C$  en konstant,  $N$  antalet kapillärer per ytenhet och  $r$  kapillärernas radie.

Beräkna  $k$  för ett idealiserat markblock med 10 kapillärer per  $\text{cm}^2$  vardera med 0,05 mm radie samt ökningen i  $k$  om i markblocket utbildas ytterligare en kapillär per  $\text{cm}^2$  med radien 2,0 mm! Om  $r$  uttryckes i cm,  $N$  anger antalet per  $\text{cm}^2$  och  $k$  i  $\text{cm/tin}$  kan  $C$  sättas lika med  $1,4 \cdot 10^8$ .

6. a) Hur högt stiger rent vatten av temperaturen  $+20^\circ$  i ett noga rengjort och förut vätt kapillärrör av glas, om rörets radie är  $r$  cm!

$$\alpha_{20} = 72,75 \text{ dyn/cm}, g = 980,7 \text{ cm/s}^2 \text{ och } \rho = 0,9982 \text{ g/cm}^3.$$

b) Vilken relation råder enligt G. Beskow mellan maximal stighöjd och kornstorlek i "ensorterade" jordar eller i någorlunda väl avgränsade kornstorleksfraktioner?

7. En bestämd nederbörds mängd tillföres en homogen jord vars aktuella vattenhalt  $w_a$  är en funktion av djupet. Visa medelst ett volymprocent - djup - diagram ( $w$ - $z$ -diagram) vattenhaltsfördelningen i profilen vid tidpunkterna  $\Delta t$  (omedelbart efter vattentillförseln),  $t_1$  (en viss senare tidpunkt) och  $t_2$  (efter uppnådd relativ jämvikt), om  $w_a$  motsvarar vattenhaltsfördelningen vid relativ dräneringsjämvikt! Upprita i ett annat diagram vattenhaltskurvorna för motsvarande tidpunkter för det fall då  $w_a$  är konstant och lika med vissningsgränsen i den betraktade profilen! Grundvattenytans djup förutsättes i båda fallen vara större än övre kapillära höjden vid dränering.

8. Den aktuella vattenhalten i en lerjord befanns vid ett visst tillfälle vara 22 viktsprocent i hela den övre metern. Beräkna det totala vatteninnehållet uttryckt i mm, om torra volymvikten  $\chi_t$  är 1,25 i matjorden (0-20 cm) och 1,50 i alven (20-100 cm)! Hur mycket av detta vatten kan tagas upp av växterna, om vattenhalten vid vissningsgränsen är 24 volymprocent i matjorden och 22 volymprocent i alven?

Onsdagen den 9 mars 1960

1. Hur lyder Darcys lag?
2. Vilket samband råder mellan kornstorlek och permeabilitet?
3. Diskutera uppkomsten och betydelsen av olika spricksystem!
4. Bevisa sambandet

$$k h_c^2 = \text{konst.}$$

och speciellt

$$k h_c^2 = 1,8$$

5. Angiv formeln för beräkning av kapillär höjd i renfraktioner!  
Uppgör sedan med hjälp av denna formel en tabell över den kapillära höjden i Atterbergs korngrupper!
6. Härled en formel för sambandet mellan korndiameter, stighöjd och stigtid!
7. Beskriv makrostrukturens utbildning i en Ultunälva!
8. Redogör för det schema, som ligger till grund för våra diskussioner och analyser av vattenhushållningen i marken!

Freidagen den 30 september 1962

1. Definiera och diskutera kortfattat följande begrepp och termer:  
a) textur, b) struktur, c) partikel, d) aggregat, e) enkelkornstruktur och f) aggregatstruktur!
2. Definiera och diskutera kortfattat följande begrepp och termer:  
a) porositet, b) por, c) makroporositet, d) mikroporositet, e) permeabilitet och f) kapillaritet!
3. Diskutera och genomför en lämplig indelning av jord- (mark-) vatten med hänsyn till dess förekomstformer! Försök också att parallellisera denna indelning med uppdelningen av porvolymen i det fundamentala diagram (n-diagram), som ligger till grund för våra studier och analyser av marken som ett vattenhushållande system!
4. Härled formeln

$$\gamma = \left(1 + \frac{w_1}{100}\right) \left(1 - \frac{n}{100}\right) s$$

där förekommande symboler ha vedertagen betydelse! Obs.  $w_1$  = viktsprocent!

5. Diskutera sambandet mellan kornstorlek (-fördelning) och k-värde.

Upprätta med hjälp av (ev.) frändiskuterad halvkvantitativ formel en tabellarisk översikt av k-värdena i Atterbergs korngrupper vid enkelkornstruktur!

6. I en viss jord (ett teoretiskt markblock) antages vattenhaltsväxlingarna kunna beskrivas med hjälp av uttrycket

$$w = f(z, t) = 37,5 + \frac{1}{12} (150 - z) \sin(2t + 90^\circ)$$

där  $w$  = vattenhalten i volymprocent och  $t$  = tiden i dagar. Beräkna med utgångspunkt härifrån den totala maximala vattenhaltsväxlingen (i mm) uti denna profil ned till 100 cm djup!

7. Upprita och diskutera vårt principdiagram över några viktiga kapillära vattenhaltsrelationer i jordpelare (profiler)!

8. Bevisa sambandet

$$k h_c^2 = c a^2$$

och speciellt

$$k h_c^2 = 1,8$$

där beteckningarna står i överensstämmelse med "kapillaritetsarbetet".

Måndagen den 12 juni 1961

1. Definiera och diskutera begreppet permeabilitet!

2. Permeabiliteten hos en viss mark varierar med djupet enl. ökv.

$$k_h = k_v = az + b$$

Beräkna den totala genomsläppligheten i horisontell och vertikal riktning från djupet  $z_1$  till djupet  $z_2$ !

3. Ange någon enkel formel för sambandet mellan kornstorlek  $d$  och permeabilitet! Upprätta med hjälp av den angivna formeln en tabell över genomsläpplighetsgränserna för de Atterbergska korngrupperna!

4. Vilket samband bör principiellt råda mellan kornstorlek och kapillaritet? Diskutera detta samband och inför en lämplig eller lämpliga sifferkonstanter samt upprätta en tabell över sambandet mellan jordart och kapillaritet!

5. Visa att

$$k h_c^2 = 1,8$$

och diskutera eventuella konsekvenser av detta samband!

6. Härled en formel för vattnets kapillära stigning i en jordpelare!
7. Diskutera det grundschema för beskrivningen av markens vattenushållning och vattenhållande egenskaper, som vi upprättat på Institutionen.
8. Redogör för huru grundvattenytans vertikala rörelser i princip bör påverka vattenförhållandena i 1) en lerjord med god makrostruktur, 2) en lerjord med dåligt utvecklad makrostruktur samt 3) en sandjord.

Onsdagen den 26 september 1962

1. Visa (a), att för beräkning av tryckkraften mot en plan yta gäller formeln (enl. Komp.)

$$F = \gamma h_0 A$$

samt beräkna (b) dess storlek mot en i vatten vertikalt nedställd liksidig triangel, om en av triangelns sidor sammanfaller med vattenytan.

2. Bevisa (a), att mellan viktsprocenten vatten  $w_1$  i en jord och volymprocenten  $w_2$  vatten i samma jord råder relationen

$$w_2 = \gamma_t \cdot w_1$$

där  $\gamma_t$  är torra volymvikten, samt beräkna (b) maximala volymprocenten vatten i en jord, vars torra volymvikt är  $1,50 \text{ kg/dm}^3$  ( $\varphi = 2,70$ ).

3. Definiera och diskutera kortfattat begreppet permeabilitet eller genomsläpplighet för en jord. Ange den formel, som kan användas för att skatta permeabiliteten, när densamma kan anses bero helt av texturen!

4. En sandbädd har tjockleken  $0,70 \text{ m}$  och  $k$ -värdet  $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm/s}$ . Hur mycket vatten går igenom bädden per timme och kvadratketer, när den hydrauliska gradienten (tryckfallet) är  $0,5 \text{ (m v.p./m)}$ .

5. Vilken relation råder mellan kornstorlek och kapillaritet? Uppgör med hjälp av denna relation en tabell över sambandet mellan jordart (kornstorleksfraktion) och maximal kapillär stighöjd.

6. Härled en ekvation, som visar, huru den kapillära stighastigheten (våtfrontens hastighet)  $v_c$  beror av kornstorleken  $d$  och avståndet till grundvattenytan  $z$  ( $= h_0$ )! Använd den funna formeln för att bestämma den kornstorlek  $d$ , för vilken  $v_c$  har maximum, när  $z = h_0 = 100 \text{ cm}$ !

7. Redogör översiktligt för profilutbildningen i en makrostrukturellt välutvecklad styv lera i Uppland. Visa speciellt, att den lätt iakt-

tagbara differentieringen av strukturen med djupet innebär en registrering av de strukturbildande processernas avtagande intensitet med djupet!

8. Upprita det principdiagram, som ligger till grund för våra diskussioner och analyser av marken, som ett vattenmagasinerande och vattenavgivande system. Ange speciellt schemat för a) en styv lerjord, b) en mjälajord och c) en sandjord!

Torsdagen den 1 november 1962

1. Hur beräknas tryckkraften mot en buktig yta?

2. Vilket samband råder mellan  $\gamma_t$  = torra volymvikten,  $n$  = porositeten och  $s$  = kornens specifika vikt i ett jordprov?

3. I en mark, en odlad jord, har matjorden  $k$ -värdet  $k_n$  och alven  $k$ -värdet  $k_a$ . Vilken är denna jords totala  $k$ -värde i horisontell och vertikal riktning?

4. En sandbädd har tjockleken 1 m. Huru mycket vatten rinner igenom denna sandbädd i vertikal riktning per tids- och ytenhet, om just så mycket vatten tillföres att en fri vattenyta bildas just i bäddens övre yta. Ann. Här är det alltså frågan om att kunna ange en rimlig och motiverad storleksordning på svaret!

5. Vilken relation råder mellan kapillaritet och permeabilitet. Bevisa sambandet

$$k h_c^2 = c \cdot a^2$$

och speciellt

$$k h_c = 1,8$$

6. Bevisa, att om vatten insuges kapillärt i en torr horisontellt liggande jordpelare, så gäller

$$x = C \sqrt{t}$$

där  $x$  är den på tiden  $t$  insugna längden eller den väta pelarlängden.

7. Redogör översiktligt för de allmänna processer, som bestämmer struktutvecklingen i våra jordar och visa, huru texturen påverkar dessa processers slutresultat.

8. Diskutera det allmänna principschema, som ligger till grund för våra analyser av marken som ett vattenbuffrande system!

Fredagen den 15 mars 1963

1. Definiera och diskutera kortfattat följande termer och begrepp:

1) markblock, 2) markstruktur, 3) makrostruktur, 4) mikrostruktur, 5) strukturelement, 6) aggregat, 7) aggregatstruktur och 8) enkel-kornstruktur!

2. Definiera och diskutera kortfattat följande termer och begrepp:

1) evaporation, 2) evapotranspiration, 3) infiltration och 4) perkol-  
lation!

3. Huru lyder den för vattnets rörelse i nättad jord grundläggande la-  
gen. Redogör kortfattat för lagens innehåll. Diskutera översiktligt  
några för  $k$ -värdet i marken bestämmande faktorer!

4. Visa, att grundvattenytan emellan två dräneringsledningar under  
vissa bestämda antaganden antar formen av en ellipsbåge!

5. Enligt uppsats XIII i serien Markf. unders. i odlad jord är för  
ett givet prov (en given horisont) vattenhalten  $w$  bestämd av det vat-  
tenavförande trycket  $h_t$  en v.p. eller

$$w = F(h_t) \quad (1)$$

och omvänt

$$h_t = f(w) \quad (2)$$

dvs. det vattenbindande trycket är bestämt av vattenhalten.

Angi hur sambandet (2) principiellt bör se ut! Diskutera vidare, hur  
det bör bero av jordart och struktur!

6. Upprita och diskutera vårt grunddiagram över några viktiga kapillära  
vattenhaltsrelationer i en jordpelare! Visa speciellt att vattenhalts-  
kurvan vid dränering

$$w_{dr} = f_{dr}(z)$$

under vissa bestämda betingelser helt motsvarar  $w$ - $h_t$ -kurvan i föregå-  
ende fråga.

7. En viss laboratorieundersökning har visat att vattenhalten i ett  
prov beror av pålagt vattenavförande tryck enligt formeln

$$pF = \log h_t = 5 - 0,12 w$$

Vilken vattenhalt får den mot detta prov svarande horisonten, när  
grundvattenytan står på 120 cm djup?

8. Upprita och diskutera det grundläggande diagram, som ligger bakom  
våra analyser av marken som ett vattenhushållande system!

Skrivningar för betyg i licentiatexamen

Hydromekanik

Fredagen den 25 mars 1953

1. En ihålig sfär är precis fylld med vatten. Beräkna storleken av den vertikala tryckkraften på sfärens övre respektive undre hälft.
2. En cylindrisk behållare med horisontal basyta  $a$  är fylld med två olika vätskor; den ena vätskan över den andra utan att de blandats. Den undre vätskans täthet är  $\rho'$  och djup  $h'$ . Den övre vätskans täthet är  $\rho$  och djup  $h$ . Beräkna ändringen i potentiell energi, om vätskorna blandas utan att volymen ändras!
3. Ett kubiskt helt slutet vätskefyllt kärl roterar med vinkelhastigheten  $\omega$  rad/s kring en vertikal axel, som går genom centrum av två motstående horisontella sidor. Sök storleken av den genom rotationen förorsakade tryckkraften mot en av sidoytorna!
4. Diskutera den allmänna energiekvation, som gäller vid en vätskas strömning, och specificera densamma till Bernoullis ekvation!
5. Redogör för begreppet viskositet!
6. En sfärisk partikel, som under tyngdkraftens inverkan får falla i en vätska, utsättes (inom vissa gränser) för ett motstånd  $F$  bestämt av uttrycket

$$F = 6\pi\eta r v$$

där beteckningarna har vedertagen betydelse. Uppställ och lös den för initialskedet gällande rörelseekvationen! Med initialskedet menas det skede, varunder motståndet växer från 0 till likhet med den drivande kraften.

7. Härled medelst en impuls betraktelse ett samband mellan vattendjupen i en vattenförande rektangulär ränna före och efter ett vattensprång!
8. Diskutera de odämpade periodiska svängningarna i ett delvis vätskefyllt u-rör! Sök speciellt ett uttryck för svängningstiden!

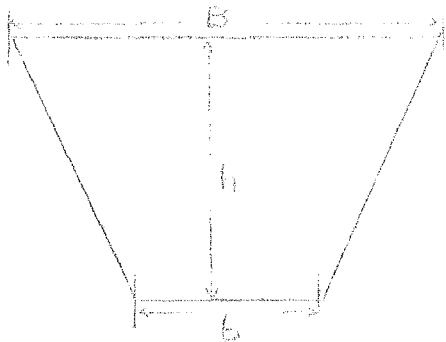


Torsdagen den 21 april 1953

1. En plan vertikal ellips med halvaxlarna  $a$  och  $b$  ( $a$  horisontell) har sitt centrum på djupet  $c$  under en fri vätskeyta ( $c > b$ ). Beräkna tryckcentrums djupläge!
2. En sluten vattenfylld behållare roterar med konstant vinkelhastighet  $\omega$  kring en horisontell axel. Visa att efter uppnådd relativ jämvikt ekvipotentialytorna bildar en serie koncentrisk cylinderitor, vilkas gemensamma axel ligger  $\frac{g}{\omega^2}$  över rotationsaxeln!
3. En sfärisk stålkula får under tyngdkraftens inverkan falla i ett kärl innehållande en viskös vätska. Genomför en dimensionsanalytisk betraktelse av rörelseproblemet!
4. En cirkulär ledning genomströmmas av en vätska. Rörelsen är laminär. Beräkna den per tidsenhet genom en godtycklig tvärsektion transporterade rörelsenängden!
5. Genomför en diskussion av begreppet medelhastighet vid vätskerörelser!
6. Diskutera begreppet specifik energi!

Onsdagen den 2 juni 1954

1. Beräkna tryckcentrums djupläge för en parallelltrapets, vilken har



de på vidstående figur angivna dimensionerna och det läge, som figuren utvisar. Visa att den härledda formeln såsom specialfall ger tryckcentrums djupläge för a) en triangel samt för b) en rektangel!

2. Vid en vätskas rotation kring en vertikal axel är de olika vätskeelementens vinkelhastighet  $\omega$  en funktion av elementens radiella avstånd  $x$  från rotationsaxeln. Bevisa att den fria vätskeytans form är beständ av uttrycket

$$gz = \int \omega^2 x dx + c$$

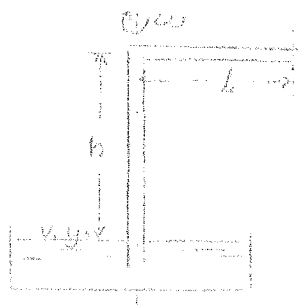
där  $z$  är höjden över ett godtyckligt lagt 0-plan. Tillämpa den allmänna formeln på följande speciella fall: a)  $\omega = \text{konstant}$  samt b)

$\omega = \omega_0 \frac{a}{x^2}$  (Rankines "konbinerade virvel")!

3. En rät cirkulär behållare har i den nedåtvända spetsen en cirkulär öppning, vars radie är en  $n$ -tedel av behållarens basradie ( $n$  ett stort tal). Behållarens djup (el. konens höjd) är  $h$ . Bevisa att tiden för att behållaren skall hinna tömma sig från djupet  $h$  till djupet  $\frac{h}{2}$  ej kan vara mindre än

$$\frac{(4\sqrt{2}-1)n^2\sqrt{h}}{20\sqrt{g}}$$

4. Ett vinkelböjt glaströr försättes i överensstämmelse med vidstående



figur i snabb rotation. Vilka fenomen kan tänkas uppkomma i samband med denna rotation? Genomför en teoretisk analys av de uppkomna jämviktsstörningarna!

5. Vad menas med uttrycket potentialrörelse eller -strömning? Visa i anslutning till denna fråga att om

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

så är

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$$

vilket är ett enkelt exempel på en lösning till Laplaces ekv.

6. Definiera följande begrepp: a) plan stationär vätskerörelse, b) dynamisk likformighet, c) laminär och d) turbulent strömning.

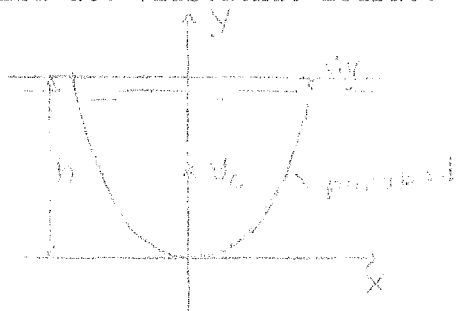
7. I ett glaströr med inre radien  $R$  inskjutes längs röraxeln en glastav, vars radie är  $r$  ( $r < R$ ). I den sålunda uppkomna cirkulära spalten får en vätska strömma laminärt. Härled ett uttryck på den per tidsenhet genomströmmande vätskenängden  $q$ , om fallet är I och vätskans specifika tyngd är  $\gamma$  samt dynamiska viskositet  $\mu$ .

8. Härled och diskutera den för olikformig strömning i en öppen prismetisk ledning gällande differentialekvationen!

Fredagen den 29 oktober 1954

1. Bevisa att vidstående lodrätt ställda yta har tryckcentrum  $y_c$

på djupet  $\frac{4}{7} h$



2. Vatten roterar i cirkulära banor kring en vertikal axel. Vinkelhastigheten  $\omega$  hos de enskilda vätskepartiklarna är härvid bestämd av ekvationen

$$\omega = \frac{\omega_0 a^2}{a^2 + r^2}$$

där  $r$  är det variabla avståndet från rotationsaxeln (Lamb: Statics, sid. 25). Diskutera formen på den härvid uppkomna fria vätskeytan!

3. Om luft strömmar med en hastighet av 100 fot pr sek. genom ett rör med diametern 4", vilken hastighet måste då vid samma tryck och temperatur luften ha, om rörets diameter ökas till 10" och dynamisk likhet skall råda? (Binder: sid. 85, probl. 86)

4. Vatten framströmmar i ett antal seriekopplade glasrör med växlande diametrar. Alla övergångar mellan rören anses ske mjukt och utan störningar. Det största röret går fullt. Bevisa

- 1) att om hastigheten i det grövsta röret ligger vid den kritiska hastigheten  $v_{krit.}$ , så är strömningen turbulent i alla övriga sektioner (rör)!
- 2) att om strömningen är laminär i den minsta sektionen, så är strömningen laminär i alla övriga sektioner!

5. Studera uttrycket

$$\phi = ax + by$$

uppfattat som en hastighetspotential. Konstruera strömbilden!

6. Definiera följande begrepp: nivåyta, bankurva, strömlinje, viskositet, dämning och sänkning!

7. Redogör kortfattat för begreppet specifik energi!

8. Det kan visas att ekvationen

är det generella analytiska uttrycket för en plan vågrörelse, vars fortplantningshastighet är  $v$ . Bevisa att detsamma satisfierar den

partiella differentialekvationen .

Predagen den 22 mars 1957

1. Definiera och diskutera kortfattat följande termer: 1) tryck, 2) tryckgradient, 3) nivå- eller ekvipotentialyta, 4) aktiv kraft och passiv kraft, 5) centripetal- och centrifugalkraft samt 6) tröghets- och friktionskraft!

2. En trågformad vattenbehållare består av en plåt, som är böjd i enlighet med en sinuskurva samt två vertikala gavlar (vilka då begränsas av en fullständig enkel sinuskurva och en horisontell linje). Vattendjupet är h. Beräkna tryckkraften mot en av de vertikala gavlarna samt även dess anbringningspunkt!

3. Huru varierar ett klots deplacemant med nedsjunkningen? Nedsjunkningen x är det vertikala avståndet från vattenytan till klotytans djupast belägna punkt. Visa speciellt, att känsligheten för små belastningsändringar på klotet är minst, när flytytan är en storcirkel!

4. Ett ihåligt klot skall tillverkas av stål med  $\gamma = 7,86$ . Bestäm godstjockleken d (d = konstant för klotets olika delar) så, att klotet flyter i vattnet helt nedsänkt d.v.s. så, att klotets specifika tyngd (betraktad som homogen kropp) blir lika med vattnets!

5. Teoretsika och experimentella undersökningar har visat, att en s.k. kapillärvåg (en "krusning") på en vattenyta fortskrider med hastigheten

$$v = \sqrt{\frac{2 \pi \gamma}{\lambda \rho}}$$

där v är vågrörelsens fortskridningshastighet och  $\lambda$  dess våglängd medan  $\gamma$  betecknar vattnets ytspänning och  $\rho$  dess täthet. Visa genom en dimensionsanalys att sambandet mellan de givna storheterna helt allmänt bör ha formen

$$v = f\left(\sqrt{\frac{\gamma}{\lambda \rho}}\right)$$

6. Visa att medelhastigheten  $v_m$  vid vattnets laminära strömning över ett brett plan är bestämt av uttrycket

$$v_m = \frac{\gamma}{3 \eta} h^2$$

där h är vattendjupet och övriga symboler har vedertagen betydelse (enl. komp.!).

7. Definiera och diskutera innebörden av Reynolds tal!

8. I en horisontell rörledning minskas sektionsarean plötsligt p procent. Trycket i den vidare sektionen är  $h_1$  m v.p. och i den trängre  $h_2$  m v.p. Motsvarande hastigheter är  $v_1$  och  $v_2$ . Härled ett uttryck för motståndskoefficienten k! Numeriskt ex.  $p = 50 \%$ ,  $h_1 = 8,6$  m v.p.,  $h_2 = 7,75$  m v.p. och  $v_1 = 2$  m/s. Sök k!

Fre dagen den 19 december 1958

1. Definiera och diskutera kortfattat följande termer: 1) skalär, 2) vektor, 3) skalärt fält och 4) vektorfält; 5) tröghetskraft, 6) friktionskraft, 7) tyngdkraft och 8) tryckkraft; 9) laminär strömning, 10) turbulent strömning, 11) strömmande rörelse och 12) stråkande rörelse.

2. Ur O.H. Faxéns (1953) utmärkta lärobok i Mekanik har följande problem hämtats: "Ett kärl har formen av en rät cylinder med horisontella

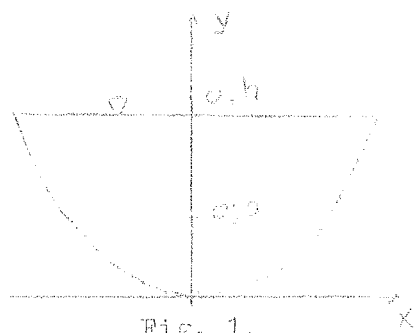


Fig. 1.

generatriser. Cylinderns ändytter är vertikala och utgöres av parabelytter av formen  $x^2 = 4ay$ , om x-axeln antas horisontellt orienterad (fig. 1). Man fyller kärlet till ett djup h. Hur skall detta väljas, för att tryckresultaten skall gå genom parabelns brännpunkt  $(0, a)$ ?"

3. Härled en formel för tryckets variation med höjden i en isoterm kompressibel vätska, en gas, om trycket endast beror av vätskans, gasens egen tyngd. Tillämpa den funna formeln på vår egen atmosfär och beräkna luftens täthet på 5000 m höjd! Vid jordytan antages lufttrycket vara 760 mmHg och luftens täthet  $0,0013 \text{ g/cm}^3$ . Hg:s täthet  $13,6 \text{ g/cm}^3$ .

4. Diskutera vilka faktorer, som bör påverka regndropparnas vertikala fallhastighet! Försök att finna en formel för deras jänviktshastighet dvs. för v, då a = 0. Beräkna slutligen den hastighet, varmed en regndroppe med radien 0,5 mm bör träffa markytan.  $\mu = \frac{18}{100\ 000}$

5. Vid en viss potentialströmning är hastighetspotentialen beständ av uttrycket

$$\phi = C (x^2 - y^2)$$

Beräkna v, v<sub>x</sub> och v<sub>y</sub>! Skissa några ekvipotentiallinjer eller -kurvor, samt ange till vilken typ av kurvor, som de hör.

6. Härled de s.k. Eulerska ekvationerna för en idcell vätska!
7. Diskutera (ev. härled) differentialekvationen för olikformig stationär strömning i en öppen (prismatisk) ledning!
8. Ur T. Lundbergs (1944) lärobok i Hydraulik hämtar vi följande exempel: I en fontän, vars förlustfria munstycke har en diameter av 40 mm, kastas vattenstrålen 8 m vertikalt uppåt. Fontänen matas från en pump, som ligger 4 m under munstryckets nivå, genom en 10 m lång rörledning med  $\lambda = 0,03$ . Vid utgången från pumpen har vattnet ett övertryck av  $2,4 \text{ kg/cm}^2$ . Dimensionera ledningen från pumpen till munstycket.

Fredagen den 8 juni 1962

1. Matematiskt definieras sambandet mellan en tryckökning och motsvarande volymminskning hos en vätska av ekv. (ekv. 1.01 i komp.!)

$$dp = -k \frac{dV}{V}$$

Visa, att för en gas gäller ekv.

$$dp = -p \frac{dV}{V}$$

dvs.  $k = p$

2. a) Förklara den mekaniska termen impuls, b) bestäm dess dimensionsformel och c) ange i vilken eller vilka enheter den kan mätas!

3. A cylindrical vessel, of diameter 1 ft, containing water, is in steady rotation about its axis, which is vertical. If the level of the water in the middle be 1 in. below that at the edge, find the speed, in revolutions per minute (Horace Lamb: Statics).

4. Das Volumen einer Gasmasse unter dem Druck  $p_0$  sei  $v_0$ . Dehnt sich das Gas ohne Wärmeaustausch mit der Umgebung aus, so ändern sich der Druck  $p$  und das Volumen  $v$  nach der Formel

$$\frac{p}{p_0} = \left( \frac{v_0}{v} \right)^k$$

( $k$  konst.). Es leistet das Gas bei unendlich kleinen Ausdehnung  $dv$  die Arbeit  $p dv$ . Welche Arbeit leistet es, wenn sich sein Volumen von  $v_0$  auf  $v_1$  vergrößert? Besonderer Fall:  $k = 1$  (Joos-Kaluza: Höhere Mathematik).

5. Vad kallas ekvationen

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

Vad uttrycker den och under vilka betingelser gäller den? Härled densamma!

6. a) Huru lyder Toricellis lag? Härled och diskutera densamma!

b) Ett hål i den vertikala väggen till en tank med vatten sitter 3 m över det golv på vilket tanken står. Vattentrycket i hålets nivå är 0,35 kp/cm<sup>2</sup>. Huru långt från tanken kan den uppkommande vattenstrålen högst träffa golvet?

7. Härled ekv.

$$t = \frac{2 A_0}{\mu A_1 \sqrt{2g}} (\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2})$$

där bokstäverna har de i kompendiet angivna betydelserna.

8. Huru stor är vattenytans lutning i en rektangulär öppen kanal i en sektion med bredden 15,2 m och djupet 3,1 m, om vattenföringen är 20 m<sup>3</sup>/s och bottenlutningen 15 cm/km. C sättes = 62.

### Agrohydrologi, spec. markens egenskaper som vattenhållande och vattenförande system

Fredagen den 27 november 1953

1. Diskutera den teori, som gäller vid centrifugering av jordsuspensioner för mekanisk analys. Härled den ekvation, som anger sambandet mellan partikelradie, tid och väg!

2. Den mekaniska analysens resultat framställs ofta i ett diagram med hjälp av en kontinuerlig kurva benämnd frekvenskurva. Den not kurvan svarande funktionen benämnes frekvensfunktion. Diskutera egenskaperna hos denna funktion och eventuella existerande samband med andra framställningssätt t.ex. summationskurvor.

3. Härled sambandet

$$pF = 3,2 - \log r$$

där r är d.s.k. ekvivalentporradien uttryckt i  $\mu$ .

4. Härled och diskutera den för värmeledningen i marken grundläggande differentialekvationen

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$$

där  $\theta$  är temperaturen, z markdjupet, t tiden och D temperaturled-

ningskoefficienten.

5. Diskutera med hjälp av d.s.k. dimensionsanalysen sambandet mellan Hagen-Poiseuilles lag och Darcys lag!

6.  $k$ -värdet för en mark antages variera med djupet  $z$  i enlighet med uttrycket

$$k = k_0 + az$$

där  $0 \leq z \leq d$ .

Beräkna denna marks totala horisontala och vertikala genomsläpplighet till djupet  $d$ .

7. Definiera termerna: grundvatten, grundvattenyta, markvatten, porvinkelvatten, kapillärt vatten samt hygroskopiskt vatten.

8. Ange någon enkel metod att skatta storleken av en vattenmolekyl och använd det på detta sätt skattade värdet till en beräkning av det hygroskopiska vattnet hos en ideal jord med partikelstorleken  $r = 0,1 \mu$ , om det adsorberade vattenhöljets tjocklek antages bestå av 15 molekylskikt.

Lördagen den 4 juni 1955

1. Genomför korta belysande diskussioner av samt definiera följande för studiet av agrohydrologien viktiga allmänna markläreter:

1) jord, 2) jordart, 3) mark, 4) markyta och 5) jordmån!

2. Genomför korta belysande diskussioner av samt definiera följande för markfysiken och agrohydrologien grundläggande begrepp: 1) vattenhalt,  $w$ , 2) fältkapacitet,  $w_f$ , 3) volymvikt,  $\gamma$ , 4) materialvolym,  $V_s$  (kornvolym),  $V_k$ , och slutligen 5/ porvolym,  $V_p$ .

3. Bevisa formeln

$$\gamma = \left(1 + \frac{w}{100}\right) \left(1 - \frac{p}{100}\right) s$$

där  $\gamma$  = volymvikten,  $w$  = viktsprocenten vatten,  $p$  = porositeten och  $s$  = jordmaterialets specifika vikt!

4. Försök att ge en kort sammanfattande framställning av den syn på markstrukturen, som bär upp eller går som en röd tråd igenom uppsatsserien Markfysikaliska undersökningar i odlad jord (I-VIII)! Jämför med Bayers framställning i Soil Physics!

5. Permeabiliteten  $k$  hos en mark är i natjorden  $k_n$  cm/tin och lika i alla horisonter (ytiskt, ytlager, central del och bottenlager). Plog-



botten utgör ett diskontinuitetsställe, där  $k$ -värdet "sprängvis" antar värdet  $k_o$ , varefter detsamma lineärt förändrar sig ned djupet. Beräkna denna marks horisontella  $k_h$  och vertikala  $k_v$  genomsläpplighet i den översta metern eller för  $d = 100$  cm! Matjordens djup är  $d_m = 20$  cm. Diskutera diskontinuitetsställets markfysikaliska betydelse, den sprängvisa förändringens tecken och dennas samband med jordart, kulturtillstånd etc., diskutera likaså den lineära funktionens utseende och dettas samband med jordart, markstruktur, tidpunkt osv!

6. Bevisa formeln för kapillär stigning i en torr jordpelare

$$t = \frac{n h_c}{100 k} \left( \ln \frac{h_c}{h_c - z} - \frac{z}{h_c} \right)$$

där  $t$  = tiden i sek. efter stigningens begynnande,  $n$  = jordpelarens porositet,  $k$  = jordpelarens permeabilitet cm/s,  $h_c$  = verksan kapillaritet i cm v.p. samt  $z$  = den kap. stigh vid tiden  $t$ . Inför i denna formel lämpliga uttryck på  $h_c$  och  $k$  uttryckta i  $d$  (= partikel diametern). Skatta sedan med formelns hjälp, huru lång tid det skulle taga för vattnet att stiga 2 m i en ursprungligen torr pelare av finnjäla ( $0,002 \leq d \leq 0,006$  mm).

7. Ange den för vattnets kapillära transport grundläggande kvalitativa formeln! Lägg denna formel till grund för en schematisk diskussion av några väsentliga samband mellan kapillaritet och dräneringsdjup!

8. Vid vissa studier av porstorleksfördelningen i en mark har man funnit att om de olika porstorleksklasserna uttryckas i procent av totala porvolymen, så erhålles som bästa utjämning av det uppkomna histogrammet två räta linjer, vilka tillsammans med axeln för porstorlek bildar en likbent triangel. Studera denna fördelning! Sök frekvens- och fördelningsfunktionerna! Upprita motsvarande kurvor!

Fredagen den 1 mars 1957

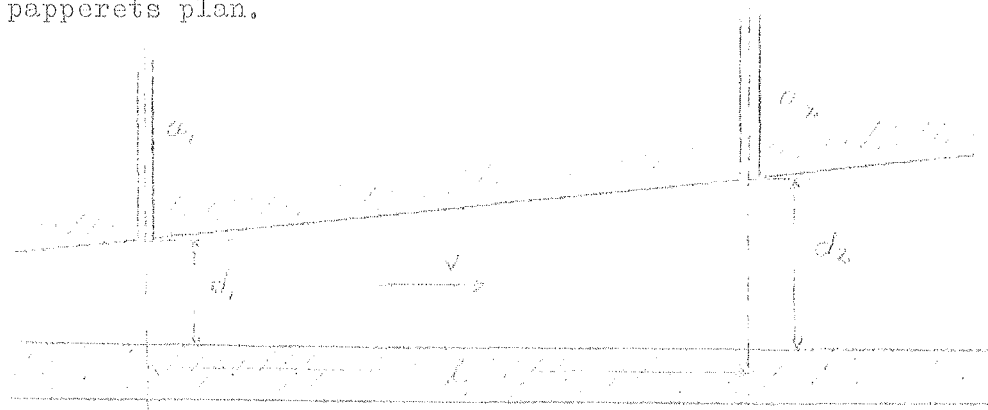
1. Genomför korta belysande diskussioner av samt definiera begreppen:

1) jord, 2) mark och 3) grund samt 4) jordvatten, 5) markvatten och grundvatten!

2. Diskutera ur bindningssynpunkt kortfattat vattnets olika förekomstformer (-sätt) i marken och gör ur denna synpunkt en lämplig indelning av vattnet i marken (jorden)!

3. En grundvattenström frarrinner i ett genomsläppligt jordlager (grus, sand!), som upptill och nedtill begränsas av ogenomsläppliga

lager enligt figur 1. Beräkna grundvattenståndskurvans form emellan rören  $a_1$  och  $a_2$ . Beräkningen utföres på breddenheten tagen vinkelrät mot papperets plan.



4. Vatten suges kapillärt upp mellan två plana glasskivor, vilka är ställda så att de bildar en vinkelformad spalt emellan sig. a) Sök ekvationen för den kurva, som meniskranden bildar och b) dimensionera vinkeln mellan plattorna så, att vattnet står 50 cm kapillärt upplyft 5 mm från vinkelspetsen samt c) beräkna den kraft, varmed plattorna pressas samman dels i det allmänna fallet dels i fallet b!

5. Sambandet mellan tid  $t$ , stighöjd  $z$  och partikeldiameter  $d$  kan under vissa antaganden visas halvkvantitativt beskrivas beskrivas av uttrycket

$$t = \frac{0,06}{d^3} \ln \frac{3}{3-5 \frac{x}{dx}} - \frac{x}{10 d^2}$$

Härled och diskutera detta uttryck!

6. Visa att våtfrontens  $v_c$  hastighet vid vattnets vertikala kapillära nedträngande i en jordpelare från en fri vattenyta på höjden  $h_o$  över ytan av pelaren går mot gränshastigheten

$$\lim_{v_c} = \frac{100 k}{w}$$

$$\text{för } \frac{h_o + h_c}{z} \rightarrow 0$$

där de i uttrycken ingående symbolerna har gängse betydelse och  $w$  är vattenhalten bakom våtfronten.

7. Ett fullständigt vattennättat såplereprov från  $z_1$  cm djup i en lerprofil visade sig ha en vattenhalt av  $w$  volymprocent. För att få en första bild av denna leras mikrostruktur antas alla partiklar vara sfäriska med diametern  $2\mu$ . Varje partikel antages dessutom befinna sig i centrum av en kub.

a) Beräkna den tillåtna vattenfilmens tjocklek d.v.s. den vattenfilm,

son ger en sfärisk partikel inskrivbar i den tänkta kuben! b) Huru stor blir den av filmen förorsakade vattenhalten och huru stor den av det övriga vattnet förorsakade vattenhalten! Numeriskt ex.  $w = 75$  volymprocent.

8. Ett jordprov med  $d_n = 2 \cdot 10^{-4}$  mm och  $d_M = 20$  mm består av lika stora viktsnängder ler, njåla, no, sand och grus. Diskutera denna fördelning och visa att fördelningsfunktionen i viktsprocent har formen

$$y_g = 20 (10^{\log x + 3,70})$$

där  $x$  betecknar den kontinuerligt varierande partikeldianetern.

#### Måndagen den 29 september 1958

1. Det glaciala hav (Yoldihavet), i vilket Uppsalatraktens varviga lera avsatts, beräknas ha haft ett djup av c:a 150 m (se t.ex.

S. Johansson Agrogeologisk undersökning av Ultuna egendom, 1916!)

Beräkna eller skatta den tid, som det skulle ta för lerpartiklar vid den övre fraktionsgränsen, att falla från ytan till botten i detta hav!

Problemet är av betydelse för förståelsen av bl.a. den s.k. kalkupplösningen (G. Arrhenius 1947).

2. I G. Ekströms Preliminärt nordiskt förslag till jordvattnets terminologi finns bland andra följande termer definierade: a) jord, b) jordart, c) jordnån, d) natjord, e) alv och f) torrskorpa.

Genomför korta diskussioner kring var och en av dessa termer och sammanfatta varje diskussion i en definition av termen ifråga!

3. Sök frekvensfunktionen i viktsprocent för den korniga massa, vars inre yta är så fördelad på de olika kornstorlekarna, att summafunktionen för den inre ytan är en lineär logfunktion! Den sökta frekvensfunktionen skall vara definierad i intervallet

$$d_n \leq x \leq d_M$$

där  $x$  betecknar den löpande partikeldianetern. Partikelformen antages vara sfärisk.

Genomför gärna en numerisk beräkning för  $d_n = 2 \cdot 10^{-4}$  mm och  $d_M = 20$  mm med uppdelning i Atterbergsklasser!

4. Ange och analysera några av de väsentliga skäl, som motiverar påståendet, att studiet av de odlade jordarnas makrostruktur är ett av den agronomiska hydroteknikens fundamentala forskningsproblemen!

5. Härled en formel för en kompressibel vätskas (gas!) laminära, stationära och isoterna strömning genom ett poröst medium (en kornig massa).
6. Ange och diskutera det fundamentala schema, som lagts till grund för de studier över kapillariteten, som bedrivs vid Institutionen för agronomisk hydroteknik!
7. Diskutera sambandet mellan korndiameter och kapillaritet!
8. I H. Lundegårds lärobok Växtfysiologi (1950) kan vi läsa följande: "Eftersom en rågplanta har flera miljoner rötter av olika ordningstal, med en sammanlagd längd på åtskilliga mil, beräknas varje dygn medföra en sammanlagd rotförlängning av 4-5 km, och de aktiva rothårens antal beräknas till flera billioner." Visa genom några små beräkningar, vad detta måste innebära ur synpunkten av för varje planta nödvändig jordvolym och rottäthet! Analysera också genom små belysande beräkningar, vad det innebär ur vattenhushållningssynpunkt!

Tisdagen den 22 december 1959

1. a) Diskutera någon (el. några olika) indelningsgrund (-er) eller indelningsprincip (-er) för jord-(mark)-vattnet! b) Vilken skulle skillnaden vara mellan begreppet jordvatten och begreppet mark-vatten? c) Uppgör mot bakgrunden av den förda diskussionen eller i direkt anslutning till utredningarna under punkterna a) och b) en lämplig indelning av vattnet i jordskorpans lösa avlagringar.
2. Diskutera och definiera följande termer eller begrepp: a) struktur-element, b) koka, c) aggregat, d) aggregatstruktur samt e) enkelkorn-struktur! f) Skissera, om tiden räcker till, stomen till en strukturomenklatur!
3. Diskutera och definiera följande termer eller begrepp: a) por, b) porstorlek, c) porform, d) ekvivalentporradie (-diameter) samt e) porsystemets heterogenitet och kontinuitet!
4. Diskutera och definiera begreppet inre yta hos ett kornigt material! Bestäm denna yta som funktion av det korniga materialets kornstorleksfördelning (ev. kornform; här antages dock för enkelhetens skull partiklarna vara sfäriska eller åtminstone likformiga)! Ge också icke bara den allmänna lösningen utan specifiera densamma till någon enkel teoretisk fördelning!

5. Vid experimentella och teoretiska studier av vattnets rörelse i onäddad jord kan man som en första approximation antaga, att kapillär-tensionen (el. helt allm. den vattenhaltsutjämmande kraften) är omvänt proportionell mot vattenhalten.

Härled under detta antagande en funktion, som för  $w = w_{hy}$ , där index  $hy$  anger hygroskopisk vattenhalt, ger  $h = h_{c,max}$ , där  $h$  betecknar tensionen i en v.p., och som för  $w = n$ , där  $n$  är jordens porositet, ger  $h = 0$ !

6. Ett semiinfinitt kornigt system (en mark) har utbildat en dräneringsjännvikt med en grundvattenyta på djupet  $h_0$ . Vilket samband bör råda mellan det givna systemets vattenhaltskurva vid dräneringsjännvikt  $w_{dr}$  och dettas porstorleksfördelning  $\varphi_v$ ? Med andra ord sök  $w_{dr}$  som funktion av  $\varphi_v$ .

7. Härled en formel för vattnets kapillära utbredning över ett plan.

8. Skriv en kort klarläggande essä om avdunstningen från en vegetationsbärande mark!

Freidagen den 11 Januari 1963

1. Diskutera ur bindningssynpunkt kortfattat vattnets olika förekomstformer (-sätt) i marken och gör ur denna synpunkt en lämplig indelning av vattnet i marken (jorden)! Observera, att vi i våra undersökningar arbetar med två indelningsgrunder: a) rörlighet och bindning samt b) upptagbarheten.

2.  $k$ -värdet i en mark varierar lineärt med djupet. Beräkna denna marks totala vertikala  $k_{v,t}$  och totala horisontella  $k_{h,t}$  genomsnittlighet till djupet  $d$ !

3. Diskutera halvkvantitativt de vattenhållande egenskaperna hos en sandjord! Hur reagerar den för en rörlig grundvattenyta, hur för regn osv.

4. Strukturen uti vissa av de uppländska lerorna varierar på ett karaktéristiskt sätt med djupet. Beskriv denna variation, dess orsaker och betydelse!

5. Redogör för några principiellt viktiga olikheter emellan rotutvecklingen uti makrostrukturellt välutvecklade jordar å ena sidan och enkelkorngjordar å andra sidan! Jämför rotutvecklingen hos höstsådda växter med rotutvecklingen hos vårsådda växter!

## 6. Härled ekvationen

$$t = \frac{w \cdot a}{100 \cdot c \cdot d^3} \left( \ln \frac{a}{a-dz} - \frac{d}{a} z \right)$$

där ingående beteckningar har den i arbetet Kapilllaritet angivna betydelsen.

Genom lämpligt val av värdena på konstanterna  $c$  och  $a$  kan den överföras till formen ( $w = n = 50 \%$ )

$$t = \frac{0,06}{d^3} \ln \frac{3}{3-5 dz} - \frac{z}{10 d^2}$$

Visa detta och beräkna hur lång tid det tar för vattnet att stiga 50 cm i "enkelkornssystemet" med  $d = 0,06$  mm.

7. Om för ett visst sytem (en viss jord) sambandet mellan vattenhalt  $w$  (volymproc.) och vattenbindande tryck  $h_t$  (cm v.p.) beskrives av ekvationen

$$h_t = 332 - 8 w$$

så begäres a) att mängden fritt vatten  $V_{v,fr}$  (eller luftvolymen  $V_1$ ) skall beräknas för den övre metern, när grundvattenståndet är  $h_0 = 200$  cm och b) att porstorleksfördelningen  $y$  bestämes och speciellt att procenttalet för porstorleksfraktionen 0,02-0,06 mm beräknas.  $n = 45 \%$ .

8. Härled och diskutera (så långt tiden tillåter!) differentialekvationen

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$$

Försök att ange några enkla grundregler för de vertikala temperaturrörelserna i marken under året!

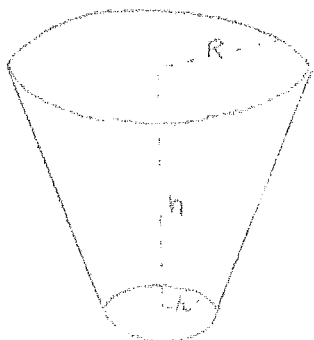
Fredagen den 26 april 1963

1. Visa att vid helt vattenfyllda porer i en jord eller i ett jordprov, så gäller relationerna

$$n = 100 \frac{s - \chi_{v,n}}{s-1} \quad \text{och} \quad w_1 = \frac{100 n}{s(100-n)}$$

där ingående beteckningar har vedertagen betydelse.

2. Genom ett sandfilter i form av en konisk tratt enligt vidstående figur strömmar vattennängden  $q$  l/tin. Huru stort är tryckfallet, om genomsläpplighetskoefficienten är  $k$  cm/tin.



3. Följande exempel är hämtat ur A.F. Sansioes undersökningar över viskositeten hos olika asfaltsorter: En vätska inpressas under konstant tryck i ena änden av ett långt kapillärrör, vars andra ände är öppen. Beräkna vätskefrontens läge i röret som funktion av tiden  $t$ , rörets radie  $r$ , övertrycket  $\Delta p$  och dynamiska viskositeten  $\mu$ . Jämför också med nedanstående figur!



Jfr med den för horisontell kapillär inströmning gällande ekvationen!

4. Ange några allmänna regler för huru kapillariteten beror av kornstorlek, kornstorleksfördelning och packning!
5. Beskriv och diskutera principerna för analys av vattenhållande förmåga och porstorleksfördelningen hos ett jordprov med hjälp av över- och undertrycksbäddar (nenbraner, porösa keramikplattor m.m.)!
6. Den allmänna ekvationen för hur en enkel sinusformad temperatursvängning tränger ned i marken lyder

$$\theta = \theta_{m,0} + \Delta \theta_{e,0} e^{-z \sqrt{\frac{\pi}{\alpha T}}} \cos \left( \frac{2\pi}{T} t - z \sqrt{\frac{\pi}{\alpha T}} \right)$$

Diskutera och analysera denna ekvation! Visa speciellt att densamma satisfierar differentialekvationen

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$$

7. Ange och diskutera några allmänna regler, som gäller för tjälens nedträngningshastighet i våra jordar.
8. Skissera grund dragen av den teori för makrostrukturens uppkomst

och utbildning, som på olika sätt och från olika utgångspunkter analyseras och vidareutvecklas i avhandlingsserien Markf. unders. i odlad jord I — XIV!



